



# KAPITEL 1

---

## Einleitung

---

### Stand der Forschung

Seit der Jahrtausendwende gewinnt das Forschungsgebiet der ferromagnetischen Mikro- und Nanostrukturen zunehmend an Bedeutung. Insbesondere in der Sensorik, der magnetischen Datenspeicherung und Datenverarbeitung sowie Mikrowellenerzeugung hat sich die sogenannte Spintronik rasant entwickelt. Hierbei nutzt man neben oder statt der Ladung des Elektrons dessen Spin aus. Durch die parallelen, großen Fortschritte in der Mikro- und Nanostrukturierungstechnik können mittlerweile Geometrien im Bereich weniger Nanometer gezielt präpariert werden. Seit einigen Jahren ist eine Variante der Spintronik, die Magnonik, in den Fokus der Grundlagen- und angewandten Forschung gerückt. Magnonen oder Spinwellen als fundamentale Anregungen in magnetischen Festkörpern weisen Frequenzen im Bereich von mehreren GHz auf und überschreiten damit die Taktfrequenzen der heutigen Elektronik von ca. 3 GHz. Über ihr Verhalten in Nanostrukturen ist jedoch nur wenig bekannt.

Der Vortex ist eine solche magnetische Nanostruktur, die sich in Plättchen mit einer Ausdehnung von etwa 100 nm bis einigen  $\mu\text{m}$  und Dicken von wenigen nm bis zu 300 nm als Grundzustand ausbildet. Bei ihr beschreibt die in-plane Magnetisierung eine geschlossene Wirbelstruktur. Im Zentrum zeigt die Magnetisierung aus der Schichtebene und formt einen sehr stabilen Vortexkern mit einem Durchmesser von ca. 20 nm. Seit dem experimentellen Nachweis seiner Existenz, mit magnetischer Kraftmikroskopie im Jahre 2001, haben der Vortex und sein Kern eine enorme Steigerung des



wissenschaftlichen Interesses erfahren. 2006 wurde entdeckt, dass sich die Polarität des Vortexkerns mit geringer Mikrowellenleistung dynamisch schalten lässt. Dies ist unter Einkopplung von rotierenden Magnetfeldern auch unidirektional und selektiv möglich, wie 2008 experimentell nachgewiesen wurde. Seither wird der Vortexkern als stabiles, schnelles und mit wenig Leistung adressierbares Bit in neuen magnetischen Speichermedien und Modulen diskutiert.

Als äußerst leistungsfähige Methode zur Untersuchung der Dynamik magnetischer Nanostrukturen erwies sich die Röntgentransmissionsmikroskopie im Rasterverfahren (STXM) in Kombination mit dem Röntgenzirkulardichroismus (XMCD). Dieser liefert einen starken magnetischen, elementspezifischen Absorptionskontrast von bis zu 50 %. Nutzt man die gepulste Zeitstruktur der Röntgenstrahlung eines Elektronenspeicherringes, lässt sich eine Zeitauflösung von besser als 100 ps erreichen. Die dynamische magnetische Röntgenmikroskopie hat sich in den letzten Jahren, seit dem Aufbau des neuen MPI-eigenen Instruments MAXYMUS am Speicherring BESSY II, rasant entwickelt und liefert heute die weltweit besten Möglichkeiten zur Untersuchung mikro- und nanoskaliger ferromagnetischer Proben auf Grund der einzigartigen Kombination von Orts- und Zeitauflösung. Die entsprechenden Bestwerte von etwa 15 nm und 12 ps sind durch die zur Fokussierung verwendeten Zonenplatten bzw. die zeitliche Breite der Elektronenpakete im Speicherring und damit der Röntgenpulse begrenzt. Bei Annäherung an diese Grenzwerte sinken jedoch die Zählraten dramatisch, so dass in der Regel ein Kompromiss angepasst an die jeweilige Fragestellung getroffen werden muss.

Zur Untersuchung der magnetischen Phänomene in Mikro- und Nanostrukturen steht seit 1999 ein Programm für mikromagnetische Simulationen (OOMMF) zur Verfügung. Seit 2014 erlaubt die alternative Software “mumax“, in der mittlerweile gut verifizierten und getesteten Version 3, durch die Nutzung leistungsstarker Grafikprozessoren wesentlich schnellere numerische Berechnungen der Magnetisierungsdynamik. Durch diese Programme sind präzise Vorhersagen dynamischer Prozesse in Vortexstrukturen möglich. Vor allem Dank der beschleunigten Berechnung auf GPUs ist die ausführliche Exploration der Einflüsse von Geometrie und Materialparametern möglich.

Diese experimentellen und theoretischen Verfahren bieten ausgezeichnete Möglichkeiten zum Studium dynamischer mikromagnetischer Phänomene. Sie sind leistungsfähige Instrumente zum besseren Verständnis der grund-

---

legenden Mechanismen des Magnetismus auf der Nanoskala und für das Erreichen technologischer Ziele und Anforderungen.

## Motivation

Ziel dieser Arbeit war es, zu untersuchen, inwieweit sich die Schaltzeiten des Vortexkerns verkürzen lassen, um unter anderem in den Bereich der technologisch interessanten Zeiten vorzustoßen. Das Schalten des Vortexkerns über die Anregung der gyrotropen Mode ist mit einer Frequenz von einigen 100 MHz noch relativ langsam, da der Kern zuerst innerhalb einiger Nanosekunden in Bewegung versetzt werden und nach dem Schalten noch in die Ruhelage zurückkehren muss, bis er wieder adressiert werden kann. Hier sollte eine Lösung gefunden werden, die es ermöglicht, den Kern durch Pulse im Nanosekunden-Bereich zu Schalten und gleichzeitig nach der Inversion die Kernbewegung gezielt abzubremesen.

Zu Beginn der Doktorarbeit wurde experimentell beobachtet, dass magnetostatische Spinwellen mit zehnmal höheren Eigenfrequenzen im GHz-Bereich auch in der Lage sind, eine Vortexkerninversion zu erzielen. Dadurch entstand das neue Ziel, sub-100 ps kurze, zueinander orthogonale Magnetfeldpulse zu realisieren, um ein selektives Schalten unter 100 ps zu erreichen. Damit wäre man weit über der maximalen Taktfrequenz von ca. 3 GHz in der Halbleitertechnologie. Wesentlich hierbei ist es, die notwendigen Parameter wie Anregungsamplitude, Pulslänge und den nötigen Zeitversatz genau zu vermessen. Die entsprechenden Phasendiagramme des Schaltverhaltens sowie die zeitlichen Abläufe beim Schaltvorgang mussten genau untersucht werden, wozu die Möglichkeiten der magnetischen Röntgenmikroskopie wesentlich erweitert werden mussten. Da das neue Röntgenmikroskop erst im Laufe der Promotion seine weltweit führende Leistungsfähigkeit erreichen sollte, waren auch hier aufwendige Entwicklungs- und Optimierungsmaßnahmen erforderlich. Bei diesen Experimenten wird eine hohe Zeitauflösung benötigt. Diese wird jedoch durch die damals nicht genau bekannte zeitliche Lage der Röntgenblitze limitiert. Deshalb sollte die zeitliche Lage für die unterschiedlichen Betriebsmodi erstmals verlässlich vermessen werden.

Ein Vergleich der experimentellen Resultate mit den entsprechenden mikromagnetischen Simulationen sollte die Gültigkeit der zu Grunde liegenden analytischen Modelle zeigen. Ein wesentlicher Aspekt hierbei war es, die in den Modellen gemachten Annahmen zu überprüfen, vor allem inwieweit und ab welchen Probengeometrien ein 2D Ansatz versagt. Dies ist



insbesondere von Bedeutung, da die Theorie für größere Aspektverhältnisse höhere Spinwellenfrequenzen vorhersagt. Diese Vorhersage sollte auch durch Simulationen überprüft werden. Auch wenn Effekte, die bei analytischen Berechnungen unter Umständen vernachlässigt werden durch die Simulationen erfasst werden, so werden diese dadurch dennoch nicht automatisch verstanden. Daher ist es nötig, die zu Grunde liegenden physikalischen Mechanismen durch gezielte Simulationen zu identifizieren. Dies ist eine anspruchsvolle Aufgabe, da die zu Grunde liegende Landau-Lifschitz-Gilbert Gleichung eine partielle, nicht-lineare Integro-Differentialgleichung ist, so dass die ursächlichen Effekte in der Regel schwer zu durchschauen sind. Dadurch sollten auch neue Ideen und die Strategien für zukünftige Experimente gefunden werden. Neben diesen grundlegenden Untersuchungen waren die Simulationen hilfreich, da die zur Verfügung stehende Strahlzeit an dem für externen Nutzerbetrieb offenen Gerät stark limitiert war. Durch sie konnte der zu vermessende Parameterraum stark eingegrenzt werden. Außerdem stellten sie eine wertvolle Ergänzung zu den experimentellen Daten dar. Durch die Simulationen waren auch Untersuchungen an Vorgängen möglich, die unterhalb der experimentellen Orts- und Zeitaufösung lagen.

Für einen eventuellen zukünftigen technologischen Einsatz des magnetischen Vortex als Speicherelement muss die Polarität des Vortexkerns elektronisch auslesbar sein. Zusätzlich wäre eine Messmethodik zur Untersuchung der Vortexkerndynamik, die kein Synchrotron benötigt, eine hilfreiche Ergänzung. Daher bestand das Ziel, diese Möglichkeiten durch den Einsatz eines magnetischen Tunnelelementes zu schaffen. Das Schaltverhalten des Vortexkerns, dessen Polarität und sein Gyrationverhalten sollten so auch im Labor zuverlässig, einfach und schnell detektierbar werden.



# Teil I

# Theoretische Grundlagen



# KAPITEL 2

---

## Theorie des Mikromagnetismus

---

### 2.1 Einleitung

In dieser Arbeit ist der magnetische Vortex in ferromagnetischen sub-Mikrometer Permalloy Plättchen das zentrale Forschungsobjekt. Allgemein ist die Ursache des Ferromagnetismus quantenmechanischen Ursprungs. Obwohl die Quantenmechanik eine atomistische Beschreibung magnetischen Verhaltens ermöglicht, ist sie zur Untersuchung der Magnetisierungsdynamik in Vortexstrukturen ungeeignet. Die Anzahl von ca.  $10^8$  Atomen, aus denen die zu untersuchenden Vortexstrukturen aufgebaut sind, macht eine quantenmechanische Behandlung unmöglich.

Die semiklassische Theorie des Mikromagnetismus ist für derartige Problemstellungen entwickelt worden. Die quantenmechanische Austauschwechselwirkung wird zwar berücksichtigt, aber anstatt einzelne magnetische Momente zu betrachten, wird die Magnetisierung eines Ferromagneten als kontinuierliches Magnetisierungsfeld  $\mathbf{M}(\mathbf{r})$  beschrieben.

Im Rahmen des Mikromagnetismus kann sowohl das statische als auch das dynamische Verhalten ferromagnetischer Systeme auf Größenskalen von wenigen Nanometern bis hin zu vielen Mikrometern sehr gut beschrieben werden.

### Physikalische Größen des Mikromagnetismus

Die wichtigsten physikalische Größen der mikromagnetischen Theorie sind in Tabelle 2.1 aufgelistet. Bis auf wenige Ausnahmen sind alle Größen und



## 2.2 Magnetostatik: Energiebeiträge im Ferromagneten

Bezeichnung	Symbol	Einheit/Wert
magnetische Feldstärke	$\mathbf{H}$	A/m
magnetische Flussdichte	$\mathbf{B}$	T
magnetisches Moment	$\boldsymbol{\mu}$	A m <sup>2</sup>
Magnetisierung	$\mathbf{M}$	A/m
Sättigungsmagnetisierung	$M_S$	A/m
reduzierte Magnetisierung	$\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_S$	1
Austauschkonstante	$A_{ex}$	J/m
Dämpfungskonstante	$\alpha$	1
Anisotropiekonstante	$K_i$	J/m <sup>3</sup>
magnetoelastische Kopplungskonstanten	$C_i$	J/m <sup>3</sup>
magn. Feldkonstante	$\mu_0$	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{N/A}^2$
Gyromagnetisches Verhältnis (reines Spinnmoment, $g \approx 2$ )	$ \gamma  = \frac{g q }{2m_e}$ $\gamma_0 =  \gamma \mu_0$	$1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{rad}}{\text{sT}}$ $2,21 \cdot 10^5 \text{m/As}$

**Tabelle 2.1:** Wichtige magnetische Größen und Konstanten im SI-System.

Gleichungen in dieser Arbeit im SI-System angegeben. Bei Verwendung des cgs-Systems wird explizit darauf hingewiesen. Tabelle 2.2 zeigt typische Werte der Materialparameter von Permalloy (Fe<sub>19</sub>Ni<sub>81</sub>) und L1<sub>0</sub>-FePt. Permalloy ist ein weichmagnetisches Material mit hoher Sättigungsmagnetisierung und die in dieser Arbeit untersuchten Strukturen bestehen daraus. L1<sub>0</sub>-FePt ist ein hartmagnetisches Material mit hoher Sättigungsmagnetisierung.

## 2.2 Magnetostatik: Energiebeiträge im Ferromagneten

Wie aus der Thermodynamik bekannt ist, wird die gibbssche freie Energie im thermodynamischen Gleichgewichtszustand minimal. Aus der Kennt-

<sup>1</sup>Die Werte für Permalloy stammen aus [1, 2] und der Messung in Abschnitt 9, die Werte für L1<sub>0</sub>-FePt aus [3, 4, 5].



Größe	Permalloy	L1 <sub>0</sub> -FePt
$M_S$	$6.9 \cdot 10^5 - 8.6 \cdot 10^5 \text{ A/m}$	$8.0 \cdot 10^5 - 1.1 \cdot 10^6 \text{ A/m}$
$A_{\text{ex}}$	13 pJ/m	4 – 10 pJ/m
$K_1$	0	3,6 – 6,6 MJ/m <sup>3</sup>
$\alpha$	0,004 – 0,15	0.021 – 0.025

**Tabelle 2.2:** Materialparameter<sup>1</sup> von Permalloy und L1<sub>0</sub>-FePt. Die in dieser Arbeit untersuchten Vortexstrukturen bestehen aus weichmagnetischem Fe<sub>19</sub>Ni<sub>81</sub> Permalloy. L1<sub>0</sub>-FePt ist ein Beispiel für ein hartmagnetisches Material.

nis der Energiebeiträge, in welche die Magnetisierungskonfiguration  $\mathbf{M}$  eines magnetischen Systems eingeht, ist es folglich möglich durch einen Variationsansatz der gibbsschen freien Energie die Magnetisierung  $\mathbf{M}$  im Grundzustand bzw. in einem (meta-)stabilen Zustand zu bestimmen.

In den folgenden Abschnitten werden deswegen die für diese Arbeit wichtigen Beiträge zur Gesamtenergie diskutiert.

### 2.2.1 Zeemann-Energie

Die Zeemann-Energie beschreibt die Energie eines magnetischen Moments in einem externen magnetischen Feld  $\mathbf{H}_{\text{ext}}$ . Die Energie ist minimal, wenn das Moment parallel zum äußeren Feld ausgerichtet ist.

In der Kontinuumsbetrachtung wird anstatt über diskrete magnetische Momente zu summieren über das Skalarprodukt aus Magnetfeld und kontinuierlichem Magnetisierungsfeld  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, \mathbf{t})$  im Raumvolumen integriert [6]:

$$E_Z = -\mu_0 \int \mathbf{H}_{\text{ext}} \cdot \mathbf{M} dV. \quad (2.1)$$

### 2.2.2 Streufeldenergie

Die Magnetisierung  $\mathbf{M}$  erzeugt ein Feld, das auf sie selbst zurück wirkt. Der daraus resultierende Energiebeitrag wird Demagnetisierungs- oder Streufeldenergie genannt und ist

$$E_d = -\frac{1}{2}\mu_0 \int \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_d \, dV. \quad (2.2)$$

Das zugehörige Demagnetisierungsfeld<sup>2</sup>

$$\mathbf{H}_d = \nabla \int \frac{\nabla \mathbf{M}(\mathbf{r}')}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \, dV' + \nabla \int \frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{M}_1 - \mathbf{M}_2)}{4\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \, dS'. \quad (2.3)$$

ist dabei wie die Demagnetisierungsenergie auch ein Funktional des Magnetisierungsfeldes [7].

### 2.2.3 Austauschenergie

In einem ferromagnetischen Material sind die Spins bevorzugt parallel ausgerichtet. Die Ursache hierfür ist der quantenmechanische Austauschterm. Der Heisenberg Austausch-Hamiltonoperator [8] ist

$$\mathcal{H}_{\text{ex}} = -2 \sum_{i < j} J_{ij}(\mathbf{r}_{ij}) \mathbf{S}_i(\mathbf{r}_i) \mathbf{S}_j(\mathbf{r}_j), \quad (2.4)$$

wobei  $J_{ij}$  das Austauschintegral zwischen den Spins  $\mathbf{S}_i$  und  $\mathbf{S}_j$  an den Orten  $\mathbf{r}_i$  und  $\mathbf{r}_j$  bezeichnet mit  $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$ . Da die direkte Austauschwechselwirkung kurzreichweitig ist, reicht es häufig aus, nur den Beitrag nächster Nachbarn zu berücksichtigen<sup>3</sup>.

Aus Gl. 2.4 kann durch eine Taylor Reihenentwicklung ein kontinuums-theoretischer Ausdruck für die Austauschenergie hergeleitet werden [14]:

$$E_{\text{ex}} = A_{\text{ex}} \int (\nabla \mathbf{m})^2 \, dV. \quad (2.5)$$

Dabei ist  $A_{\text{ex}}$  die materialabhängige Austauschkonstante und  $\mathbf{m}$  die dimensionslose Magnetisierung  $\mathbf{m} = \mathbf{M}/M_S$ . Die Sättigungsmagnetisierung  $M_S := |\mathbf{M}|$  ist ebenfalls eine Materialkonstante. Gl. 2.5 beschreibt den Austauschereffekt in erster Ordnung selbst dann korrekt, wenn die Voraussetzung lokalisierter Spins des Heisenberg-Modells nicht zutrifft, was z.B. in ferromagnetischen Metallen der Fall ist.

---

<sup>2</sup>Das Oberflächenintegral geht über alle Grenzflächen zwischen den Raumvolumen mit  $\mathbf{M}_1$  und  $\mathbf{M}_2$ , wobei der Normalenvektor  $\mathbf{n}$  in die Richtung von Gebiet 2 zeigt.

<sup>3</sup>Es existieren auch längerreichweitige, indirekte Arten der Austauschkopplung. Als Beispiele seien die RKKY-Wechselwirkung [9, 10, 11] und die zu dieser eng verwandte Zwischenschichtaustauschkopplung [12, 13] genannt. Bei beiden kommt es abstandsabhängig zu einer Oszillation zwischen ferro- und antiferromagnetischer Kopplung.



## 2.2.4 Anisotropieenergie

In ferromagnetischen Materialien hat die Orientierung der Magnetisierung bzgl. der kristallographischen Achsen einen Einfluss auf die Gesamtenergie. Dadurch ist die Magnetisierung bevorzugt in bestimmte Raumrichtungen orientiert (leichte Achsen), während andere Richtungen energetisch ungünstig sind (schwere Achsen). Entsprechend wird dieser Energiebeitrag als Anisotropieenergie bezeichnet.

Die Ursache für diesen Effekt ist die Spin-Bahn-Kopplung [14], wodurch die Magnetisierung an das Kristallgitter koppelt. Es wird zwischen der kristallographischen Anisotropie einer idealen Kristallstruktur und induzierter Anisotropie (z.B. durch Defekte, Verspannungen oder Kopplung an einen Antiferromagneten) unterschieden.

**Uniaxiale Anisotropie** tritt in Systemen mit hexagonaler und tetragonaler Kristallsymmetrie auf. In diesem Fall existiert eine Anisotropieachse und die Anisotropieenergie ist

$$E_{Ku} = \int K_{u1} \sin^2 \theta + K_{u2} \sin^4 \theta + \dots dV. \quad (2.6)$$

$\theta$  ist der Winkel der Magnetisierung bzgl. der Anisotropieachse. Die Anisotropiekonstanten<sup>4</sup>  $K_{ui}$  bestimmen, ob die Anisotropieachse die leichte Achse ist, ob eine leichte Ebene senkrecht zur Anisotropieachse existiert oder ob die leichte Richtung auf einem Kegel um die Anisotropieachse liegt [14].

**Kubische Anisotropie** tritt in kubischen Kristallen auf. Dort existieren in Abhängigkeit von den Anisotropiekonstanten  $K_{ci}$  entweder drei oder vier leichte Achsen entlang der  $\langle 100 \rangle$  bzw.  $\langle 111 \rangle$  Richtung. In diesen Systemen ist die Anisotropieenergie

$$E_{Kc} = \int K_{c1} (m_x^2 m_y^2 + m_x^2 m_z^2 + m_y^2 m_z^2) + K_{c2} (m_x m_y m_z)^2 + \dots dV, \quad (2.7)$$

wobei die  $m_i$  die Komponenten der Magnetisierung entlang der kubischen Kristallachsen sind.

Die **magnetoelastische Anisotropie** ist ein Beispiel für eine induzierte Anisotropie, wobei Spannungen im Kristallgitter das Magnetisierungsfeld

---

<sup>4</sup>Die Anisotropiekonstanten sind Koeffizienten einer Entwicklung und besitzen keine direkte physikalische Bedeutung.



## 2.3 Magnetisierungsdynamik

---

verändern [7, 6]. In einem kubischen Kristall ist die magnetoelastische Energie

$$E_{\text{me}} = M_{\text{S}}^{-2} \int \left( C_1 \sum_i m_i^2 \epsilon_{ii} + C_2 \sum_{i < j} m_i m_j \epsilon_{ij} \right) dV. \quad (2.8)$$

Die  $C_i$  sind die magnetoelastischen Kopplungskonstanten und  $\epsilon_{ij}$  die Komponenten des Verzerrungstensors.

## 2.3 Magnetisierungsdynamik

Auf ein magnetisches Moment  $\mu$ , das sich in einem externen magnetischen Feld befindet, wirkt ein Drehmoment, so dass das Moment eine Präzessionsbewegung um das äußere Feld ausführt. Sind mehrere magnetische Momente vorhanden, so beeinflussen sich diese Momente aufgrund der quantenmechanischen Austauschwechselwirkung und der Dipolfelder der Momente gegenseitig.

In diesem Kapitel wird zunächst eine grundlegende Gleichung des Mikromagnetismus, die Landau-Lifschitz-Gilbert Gleichung, eingeführt. Mit ihr kann die zeitliche Entwicklung eines Magnetisierungsfeldes berechnet werden. Anschließend wird die kollektive Anregung magnetischer Momente in Form von Spinwellen diskutiert.

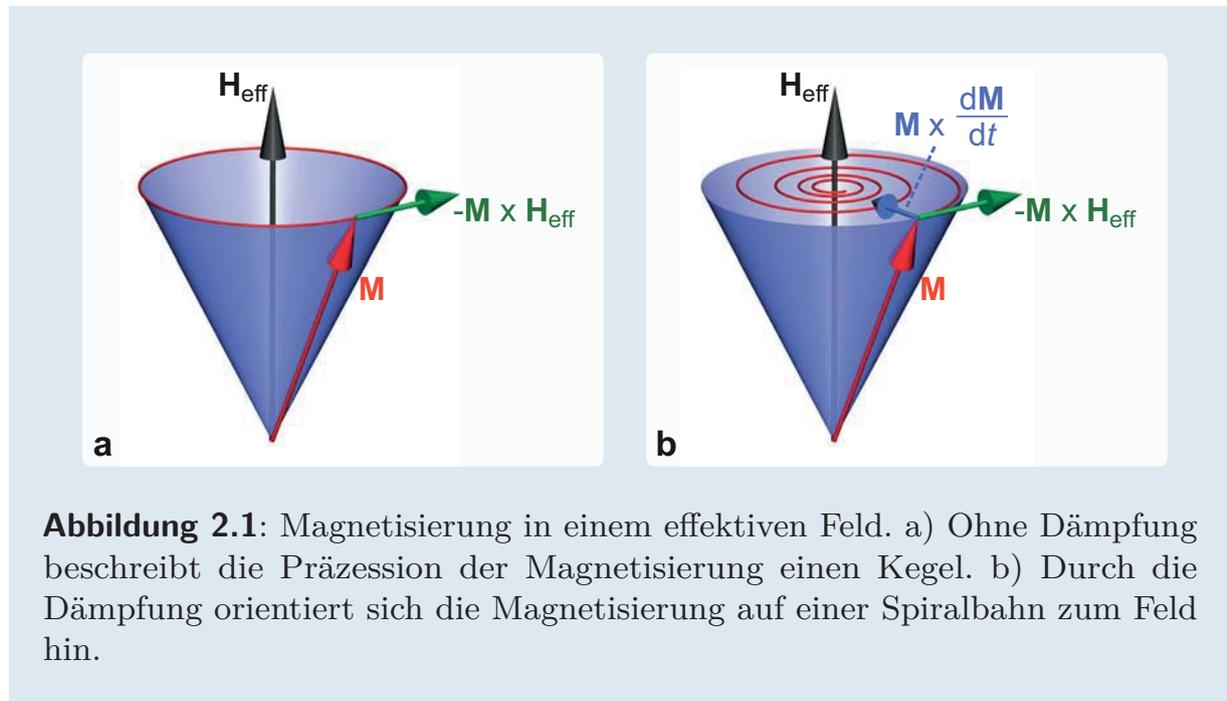
Aufgrund ihrer zentralen Bedeutung für diese Arbeit werden dynamische Anregungsmoden magnetischer Vortizes in Kapitel 4 separat behandelt.

### 2.3.1 Landau-Lifschitz-Gilbert Gleichung (LLG)

Die Präzession magnetischer Momente in Festkörpern ist typischerweise gedämpft. Aufgrund der Dämpfung richtet sich die Magnetisierung  $\mathbf{M}$  auf einer Spiralbahn zu einem äußeren Feld aus, anstatt für immer um dieses zu präzedieren (siehe Abb. 2.1).

Die Dämpfung hat mehrere Ursachen. Ein dominanter Beitrag ist der Energietransfer vom präzedierenden Spinsystem zu Gitterschwingungen. Folgende Effekte spielen dabei eine Rolle [15]. Spins an unterschiedlichen Orten sind durch das Streufeld miteinander gekoppelt. Dabei hängt die Stärke der Kopplung von der Distanz der Spins ab. Daher beeinflussen Gitterschwingungen die Stärke der Wechselwirkung und führen dadurch zu

einer Kopplung zwischen dem Spinsystem und dem Gitter. Zudem kann es durch die Spin-Bahn-Wechselwirkung zu einer direkten Kopplung zwischen Phononen- und Spinsystem kommen [16].



**Abbildung 2.1:** Magnetisierung in einem effektiven Feld. a) Ohne Dämpfung beschreibt die Präzession der Magnetisierung einen Kegel. b) Durch die Dämpfung orientiert sich die Magnetisierung auf einer Spiralbahn zum Feld hin.

In metallischen Ferromagneten werden Wirbelströme induziert [7], wobei durch Ohmsche Verluste Energie in Wärme umgewandelt wird. Zusätzlich können eine Reihe weiterer Dämpfungsmechanismen auftreten (siehe Referenzen in [7]). Die einzelnen Beiträge explizit zu berücksichtigen, ist häufig nicht möglich.

Ausgehend von einer Theorie von Bloch für ein ungekoppeltes und ungedämpftes Magnetisierungsfeld [17] leiteten Landau und Lifschitz 1935 eine Gleichung her, bei der sie die Dämpfung phänomenologisch einführten [18]. Die Landau-Lifschitz Gleichung<sup>5</sup> lautet

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -|\gamma| \mu_0 \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{\lambda |\gamma| \mu_0}{M_S} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}). \quad (2.9)$$

<sup>5</sup>In der Literatur existieren diverse leicht unterschiedliche Definitionen der LL und der LLG. Hier wird explizit  $|\gamma|$  angegeben, da in der Literatur teilweise von einem positivem  $\gamma$  ausgegangen wird, obwohl  $\gamma < 0$  aufgrund der negativen Elektronladung. Bei negativem  $\gamma$  ohne Betragsbildung kehrt sich auf der rechten Seite der LL bei beiden Summanden und bei der LLG beim ersten Summand jeweils das Vorzeichen um. Teilweise werden auch negative Werte für  $\alpha_{\text{LL}}$  und  $\alpha$  verwendet, ohne dies kenntlich zu machen.

## 2.3 Magnetisierungsdynamik

---

Die Magnetisierung  $\mathbf{M} := \mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  und das effektive Feld  $\mathbf{H}_{\text{eff}} := \mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t)$  sind darin orts- und zeitabhängige Vektorfelder. Auf die Bedeutung des effektiven Feldes wird weiter unten im Detail eingegangen.  $M_S := |\mathbf{M}(\mathbf{r})|$  ist die ortsabhängige, aber zeitlich konstante Sättigungsmagnetisierung,  $\lambda := \lambda(\mathbf{r})$  die ortsabhängige, phänomenologische Dämpfungskonstante und  $\gamma$  das gyromagnetische Verhältnis

$$\gamma = g \frac{q}{2m_e}. \quad (2.10)$$

Der Landé-Faktor  $g$  ist für reine Bahnmomente  $g = 1$  und bei reinen Spinmomenten  $g \approx 2$ . Für Permalloy kann deshalb in guter Näherung das gyromagnetische Verhältnis<sup>6</sup> des freien Elektrons verwendet werden. Bei anderen Materialien mit einem Gesamtdrehimpuls, der sowohl Bahn- als auch Spinanteile hat, muss der Landé-Faktor  $g$  und damit  $\gamma$  angepasst werden.

In Gl. (2.9) treten zwei charakteristische Frequenzen auf:

$$\omega_M = |\gamma| \mu_0 M_S \quad (2.11)$$

und

$$\omega_0 = |\gamma| \mu_0 H_0. \quad (2.12)$$

$\omega_0$  entspricht der Larmorfrequenz eines präzedierenden Moments in einem statischen Feld  $\mathbf{H}_0$ .

In der Landau-Lifschitz Gleichung tritt bei großer Dämpfung das Problem auf, dass sich die Präzessionsfrequenz erhöht [7]. Der Grund dafür ist, dass für  $\alpha_{LL} \rightarrow \infty$  das durch die Dämpfung verursachte Drehmoment und damit  $\partial \mathbf{M} / \partial t$  gegen unendlich divergiert, was jedoch unphysikalisch ist.

Gilbert formulierte im Rahmen seiner Doktorarbeit<sup>7</sup> die Theorie durch einen Lagrange-Formalismus neu und passte den Dämpfungsterm an, wodurch dieses Problem vermieden wird. Die Landau-Lifschitz-Gilbert Gleichung (LLG) [7] lautet:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -|\gamma| \mu_0 \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M_S} \mathbf{M} \times \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t}, \quad (2.13)$$

---

<sup>6</sup>Im Simulationsprogramm OOMMF wird  $\gamma' = \mu_0 |\gamma|$  verwendet. Für Permalloy:  $\gamma' = 2.21 \cdot 10^5 \text{ m}/(\text{As})$ .

<sup>7</sup>Die Doktorarbeit von Gilbert wurde niemals veröffentlicht und Gleichung 2.13 zunächst nur in einem Beitrag [19] bei der ersten Magnetism and Magnetic Materials Konferenz 1955 vorgestellt [7]. Der zugehörige Abstract (!) [20] ist mit über 700 Zitaten (Stand 2015) vermutlich der am häufigsten zitierte Konferenzabstract überhaupt. 2004 veröffentlichte Gilbert eine Arbeit, in der die Herleitung ausführlich beschrieben wird [7].



mit der dimensionslosen Dämpfungsconstanten  $\alpha := \alpha(\mathbf{r})$ .

Die LLG und die LL sind mathematisch äquivalent, wie durch Umformung gezeigt werden kann (vgl. Anhang A). Man erhält so die Landau-Lifschitz-Gilbert Gleichung in Landau-Lifschitz Form:

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\frac{|\gamma|\mu_0}{1+\alpha^2} \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} - \frac{\alpha}{1+\alpha^2} \frac{|\gamma|\mu_0}{M_S} \mathbf{M} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}}). \quad (2.14)$$

In dieser Form konvergiert  $\partial \mathbf{M} / \partial t \rightarrow 0$  für  $\alpha \rightarrow \infty$ , was im Gegensatz zur Landau-Lifschitz Gleichung physikalisch sinnvoll ist.

### Das effektive Feld $\mathbf{H}_{\text{eff}}$

Es ist möglich, aus der potentiellen Energie  $E$ , die sich aus den in Kapitel 2.2 vorgestellten Energiebeiträgen zusammensetzt, ein effektives Feld  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  zu berechnen, das wie ein externes magnetisches Feld ein Drehmoment auf ein magnetisches Moment bewirkt. Aus dem Energiefunktional

$$E = E_Z + E_{\text{ex}} + E_d + \dots, \quad (2.15)$$

erhält man durch Bildung der Funktionalableitung nach der Magnetisierung  $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t)$  das effektive Feld

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\text{eff}}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{1}{\mu_0} \frac{\delta E[\mathbf{M}(\mathbf{r}, \mathbf{t})]}{\delta \mathbf{M}(\mathbf{r}, \mathbf{t})} \\ &= \mathbf{H}_Z(\mathbf{r}, t) + \mathbf{H}_{\text{ex}}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{H}_d(\mathbf{r}, t) + \dots, \end{aligned} \quad (2.16)$$

wobei jeder Energieterm einen Beitrag zum Feld ergibt.

Aus der Zeeman-Energie  $E_Z$  erhält man trivialerweise das angelegte externe Feld

$$\mathbf{H}_Z = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\delta E_Z}{\delta \mathbf{M}} = \mathbf{H}_{\text{ext}}. \quad (2.17)$$

Das Austauschfeld ist

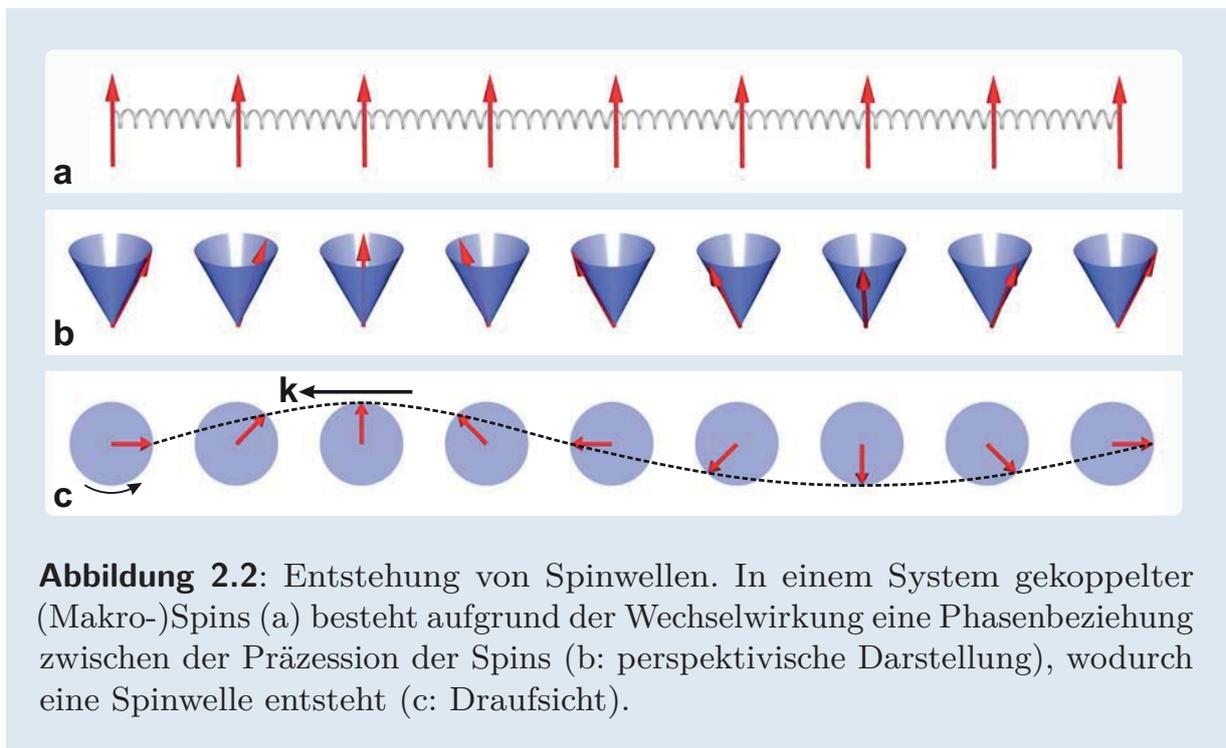
$$\mathbf{H}_{\text{ex}} = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\delta E_{\text{ex}}}{\delta \mathbf{M}} = \frac{2A_{\text{ex}}}{\mu_0 M_S^2} \nabla^2 \mathbf{M}. \quad (2.18)$$

Aus der Demagnetisierungsenergie erhält man das in Gl. 2.3 gegebene Demagnetisierungsfeld  $\mathbf{H}_d$ .

Das Energiefunktional kann erweitert werden, so dass beispielsweise auch spinpolarisierte Ströme [21, 22, 23], die Dzyaloshinskii-Moriya Wechselwirkung [24] und thermische Fluktuationen [25] berücksichtigt werden können.

### 2.3.2 Spinwellen

Die kollektive Anregung geordneter magnetischer Momente in einem Festkörper wird als Spinwellen bezeichnet (siehe Abb. 2.2). Sie sind damit die magnetische Entsprechung zu Gitterschwingungen (Phononen) und werden dementsprechend auch als Magnonen bezeichnet. Während inter-atomare Kräfte für Phononen verantwortlich sind, wirken bei Magnonen Drehmomente, die durch zwei fundamental unterschiedliche Effekte verursacht werden.



**Abbildung 2.2:** Entstehung von Spinwellen. In einem System gekoppelter (Makro-)Spins (a) besteht aufgrund der Wechselwirkung eine Phasenbeziehung zwischen der Präzession der Spins (b: perspektivische Darstellung), wodurch eine Spinwelle entsteht (c: Draufsicht).

Dies ist einerseits die kurzreichweitige quantenmechanische Austauschwechselwirkung und andererseits die langreichweitige dipolare Wechselwirkung. Entsprechend kann bei kleinen Wellenlängen  $\lambda \ll L_{\text{ex}}$  die dipolare Kopplung und bei großen Wellenlängen  $\lambda \gg L_{\text{ex}}$  die Austauschwechselwirkung vernachlässigt werden. Im ersten Fall spricht man von austauschdominierten Spinwellen und im zweiten Fall von dipolaren (oder magnetostatischen) Spinwellen.

**Austauschdominierte Spinwellen** haben einen wesentlichen Einfluss auf die Eigenschaften eines ferromagnetischen Materials. Ihre Anregung ist für die Abnahme der Sättigungsmagnetisierung  $M_S$  bei steigender Temperatur verantwortlich. Dies wird durch das Bloch'sche  $T^{3/2}$ -Gesetz