Andreas Meyer-Bohe (Autor)

Schwimmfähigkeit & Stabilität von Schiffen

https://cuvillier.de/de/shop/publications/426

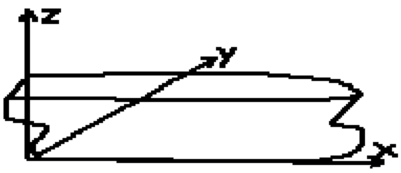
1. Stabilität des Schiffes in nahezu aufrechter Schwimmlage ($\Phi < 5°$)

1.1. Allgemein

Es ist tägliche Aufgabe der Bordbesatzung, zu errechnen, welche Schwimmlage sich bei einem Schiff einstellt, wenn es mit bestimmten Kräften oder Momenten belastet wird [z.B. der Ladung]. Dieser Abschnitt soll den physikalischen Zusammenhang zwischen den Kräften und Momenten am Schiff und der daraus folgenden Schwimmlage untersuchen.

Die an einem Schiff wirkenden Kräfte sind
- „Auftriebskräfte“ aus der Schiffsform, die sich sehr genau berechnen lassen.
- „Massenkräfte“ [Leerschiffsmasse, Ladung...], die entweder bekannt sind oder durch Versuche gemessen werden [z.B. Krängungsversuch]
- „Sonstige Kräfte“ [Winddruck-Kraft, Zentrifugalkraft im Drehkreis, Eis an Deck], die nicht genau bekannt sind und aufgrund von Erfahrung geschätzt werden.

Als Koordinatensystem wird folgendes System vereinbart:



Der Ursprung liegt bei:

x = 0 → Hinteres Lot
y = 0 → Mitte Schiff
z = 0 → OKK (Basis)

F_z = Kraft in z-Richtung
M_T, I_T = Breiten-Moment um die x-Achse [transverse]
M_L, I_L = Längen-Moment um die y-Achse [longitudinal]
M_V = Höhen –Moment um die y-Achse [vertical]

Weitere Definitionen:
- Die Masse eines Schiffes wird Deplacement [Depl in t] genannt.
- Die Verdrängung eines Schiffes ist das Volumen des Unterwasserschiffes [∇ in m^3].
- Die Dichte des Wassers wird als Rho bezeichnet [$\rho = 1{,}025\ t/m^3$ bei Seewasser].
- Die Erdbeschleunigung beträgt $g = 9{,}81\ m/s^2$.

Über $F = m \cdot g$ werden Kräfte und Massen umgerechnet: $1{,}0\ t \approx 9{,}81\ kN$.

1.2. Das Archimedische Prinzip (280 v. Chr.)

Warum schwimmt ein Schiff aus Eisen? Machen Sie ein Gedanken-Experiment:
- nehmen Sie einen Eisenklotz und legen Sie ihn auf das Wasser. Er wird untergehen.
- formen Sie aus dem Eisenklotz eine Schale und sie wird schwimmen.

Dahinter steckt das „archimedische Prinzip“:

> „Ein Körper schwimmt im Gleichgewicht, wenn sein Eigengewicht genauso groß ist wie das Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit.“

⇨ Der Klotz kann nicht genügend Wasser verdrängen und geht unter. Die Schale dagegen verdrängt genügend Wasser und schwimmt.

Das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit wird „Auftrieb“ genannt (engl. Buoyancy).
Die Auftriebskraft ist also $F_B = \rho \cdot g \cdot \nabla$
Das Gewicht des Schiffes wird „Deplacement“ genannt: $F_G = g \cdot Depl$

→ Für ein frei schwimmendes Schiff im Gleichgewicht gilt:

$$F_G = F_B$$

$$g \cdot Depl \qquad \rho \cdot g \cdot \nabla$$

$$\boxed{\mathbf{Depl = \rho \cdot \nabla \quad im\ Gleichgewicht}}$$

Daher kann man Wasser auch als Präsisionwaage verwenden:
Wenn man das getauchte Unterwasservolumen eines Schiffes kennt, kann man das Eigengewicht des Schiffes sehr genau berechnen.

$$\text{Eigengewicht} = \nabla \cdot \rho \cdot g$$

Genau diese Verfahren werden bis heute bei jedem Schiffsneubau zur Bestimmung seines Eigengewichts durchgeführt.

Zusatzfrage: Warum schwimmt ein Eisberg?

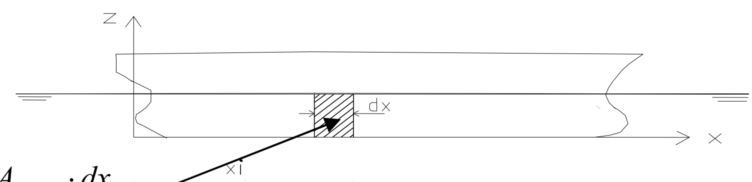
1.3. Die Verdrängung

a) Der Auftrieb ist ein Kraft-Vektor, der stets senkrecht zur WL-Fläche gerichtet ist.

$$F_B = \rho \cdot g \cdot \nabla$$

b) Für die Berechnung der Verdrängung gibt es 2 Wege

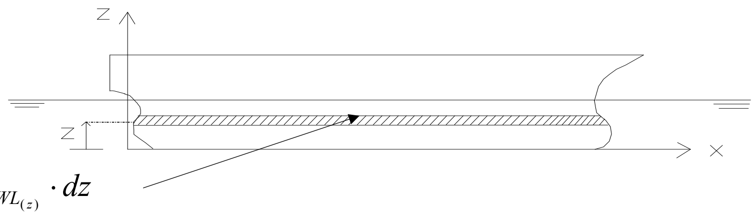
$$\nabla = \int_0^L A_{spt\,(x)}\, dx$$



$$\text{dVol} = A_{Spt_{(x)}} \cdot dx$$

oder

$$\nabla = \int^{T} A_{WL_{(z)}}\, dz$$



dVol = $A_{WL_{(z)}} \cdot dz$

Das archimedische Prinzip gilt auch für Zusatzgewichte

⇨ $m_H = \rho \cdot A_{WL} \cdot dT = TPC \cdot dT \cdot 100$ cm/m

mit $TPC = \dfrac{A_{WL} \cdot \rho}{100 cm/m}$

Der Angriffspunkt der Verdrängungskraft liegt im Volumenschwerpunkt des Unterwasserschiffes. Der Abstand zum HL wird als Lcb (longitudinal center of buoyancy) bezeichnet. Der Wert wird bestimmt mit Hilfe einer Momentenbilanz um den Ursprung:

$$M_L = \nabla \cdot lcb = \int_0^L x \cdot A_{spt_{(x)}}\, dx \quad \Longrightarrow \quad lcb = \frac{\int_0^L x \cdot A_{spt} \cdot dx}{\nabla}$$

1.4. Das Deplacement (Breakdown in Einzelmassen)

Am freischwimmenden Schiff greifen nur Massenkräfte und Auftriebskräfte an. Die Gesamtmasse des Schiffes – das Deplacement – wird in folgende Einzelpositionen aufgeteilt:

1) Nettostahl	NST	Leerschiffsmasse MLS
2) Einrichtung und Ausrüstung	E+A	
3) Ladungsanlage	C	
4) Maschinenanlage	M	
5) Brennstoff, Schmieröl, Frischwasser} Proviant, Besatzung und Effekten	Vorräte	Tragfähigkeit „all told“
6) Wasserballast (in einzelnen Ladefällen)	WB	
7) Ladung	Payload	

$\sum$ = Deplacement

Die Gesamtmasse [Deplacement] ergibt sich als Summe der Einzelmassen.
Die Gesamtschwerpunkte ergeben sich durch Momentenbilanz:

$$\boxed{Depl = \sum_{1}^{i} m_i} \qquad \boxed{lcg = \frac{\sum_{1}^{i} m_i x_i}{Depl}} \qquad \boxed{KG = vcg = \frac{\sum_{1}^{i} m_i z_i}{Depl}} \qquad tcg = \frac{\sum_{1}^{i} m_i y_i}{Depl}$$

$\sum m_i$ =Summe der Einzelmassen
x_i, y_i, z_i = Längen / Breiten / Höhenabstand zum Ursrpung
lcg = longitudinal center of gravity
KG = vcg = vertical center of gravity
tcg = transverse center of gravity

1.5. Die Gleichgewichtsbedingungen

In der Hydrostatik wird – wie der Name schon sagt – ein statischer, zeitlich nicht veränderlicher Zustand vorausgesetzt. Dies bedeutet: glattes Wasser, Gleichgewicht, Schiff ohne Fahrt, keine Massenträgheit.
Die Gleichgewichtsbedingungen lauten für ein dreidimensionales System in allgemeiner Form:

$$\sum F = 0; \qquad \sum M = 0$$

In unserem Spezialfall der Hydrostatik treten Kräfte nur in z-Richtung auf. Daher reduzieren sich die Gleichgewichtsbedingungen auf

$$\sum F_z = 0 \text{ [Tiefgang]}$$
$$\sum M_T = 0 \text{ [Krängung]}$$
$$\sum M_L = 0 \text{ [Trimm]}$$

Fahren ($\sum F_x = 0$), Driften ($\sum F_y = 0$) und Gieren ($\sum M_v = 0$) werden in der Hydrostatik nicht untersucht und gehören in das Gebiet der der Hydrodynamik.

In der Hydrostatik ist es üblich, die Kräfte als Massen und die Momente als Massenmomente [Masse · Hebel] darzustellen. Die Einheiten sind also „t“ oder „t·m“.

Die Erdbeschleunigung „g“ wird nicht mitgeführt, da sie sich in der Kräfte- und Momentenbilanz wieder herauskürzen würde.

$$1\,\text{t} \cdot g = 9{,}81\,\text{kN}$$

1.6. Das Metazentrum

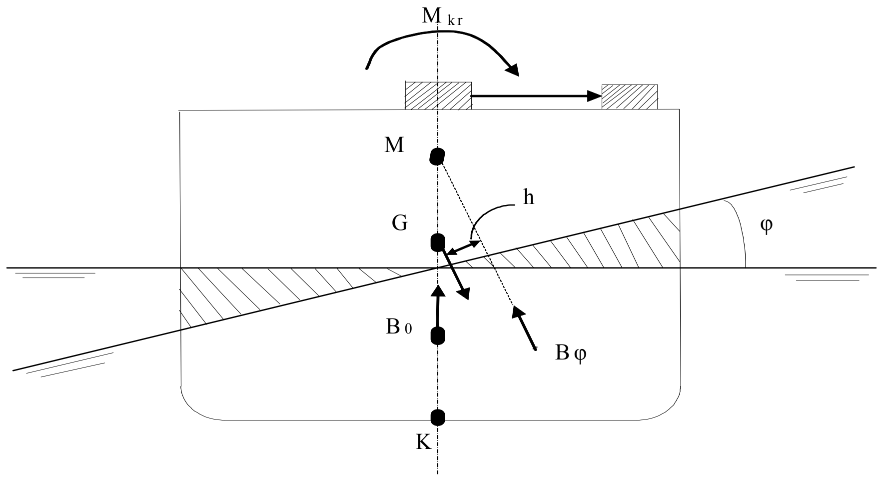
Das Metazentrum wird dargestellt an einem Schwimmkörper, der durch ein äußeres Moment M_{Kr} zur Seite gekrängt wird [z.B. Winddruckmoment].

Die Kräfte, die an dem Schwimmkörper angreifen, werden an einem Spantquerschnitt dargestellt.

F_G = Depl = Masse	greift in G an $G_0 = G_\varphi$
$F_B = \rho \cdot \nabla$ = Auftrieb	greift zunächst in B_0 an, wandert aufgrund der eintauchenden und austauchenden Keilstücke zur Seite nach B_φ aus

Das Metazentrum hat eine anschauliche und eine mathematische Erklärung:

- mathematisch: Das Metazentrum M ist der Schnittpunkt zweier benachbarter Auftriebsvektoren bei kleiner Winkeldrehung ($d\varphi \Rightarrow 0$).
- anschaulich: Betrachtet man das Schiff als ein hängendes Pendel, so ist das Metazentrum der Aufhängungspunkt. Die Masse des Pendels ist im Punkt G vereint.



1.7 . Das aufrichtende Moment bei kleinen Neigungswinkeln (φ < 5°)

Im Bild erkennt man, dass bei gekrängtem Schwimmkörper die Wirkungslinien der Gewichtskraft „F_G" und der Auftriebskraft „$F_{B\varphi}$" versetzt sind. Dadurch entsteht ein aufrichtendes Moment, welches dem äußeren Krängungsmoment entgegen wirkt.

Die Größe des aufrichtenden Momentes beträgt $M_A = F_B \cdot h$

Mit $F_B = \rho \cdot \nabla$ und $h = GM \cdot \sin \varphi$ gilt: $M_A = \rho \cdot \nabla \cdot GM \cdot \sin \varphi$

Mit Hilfe des aufrichtenden Momentes kann die Art des Gleichgewichtes bestimmt werden:

Stabiles Gleichgewicht liegt vor, wenn $M_A > 0$ => $GM > 0$ => M liegt über G
Labiles Gleichgewicht liegt vor, wenn $M_A < 0$ => $GM < 0$ => M liegt unter G
Indifferentes Gleichgewicht liegt vor, wenn $M_A = 0$ => $GM = 0$ => M liegt in G

Die Strecke GM wird Anfangsstabilität genannt. Sie stellt ein Maß dafür dar, welche Stabilität in der Anfangsschwimmlage ($\varphi \sim 0$) vorliegt.

1.8. Berechung des Krängungswinkels bei kleinen Neigungen ($\varphi < 5°$)

Den Krängungswinkel erhält man aus der Gleichgewichtsforderung $\sum M = \sum M_{Kr} - \sum M_A = 0$.

Beispiel 1: Ein Schiff werde durch ein Windmoment „M_W“ gekrängt

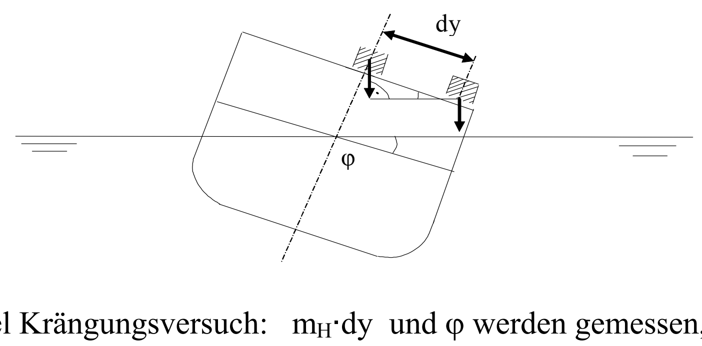
$$\Rightarrow \quad \left[\begin{array}{l} M_{Kr} = M_{W0}\,[\mathrm{tm}] \cdot \cos\varphi \\ \\ M_A = \rho \cdot \nabla \cdot GM \cdot \sin\varphi \end{array}\right.$$

$$\rightarrow \qquad \tan\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{M_{W_0}}{\rho \cdot \nabla \cdot GM}$$

Beispiel 2: Eine an Deck stehend Masse m_H wird um den Weg dy zur Seite verschoben

$$\Rightarrow \quad \left.\begin{array}{l} M_{Kr} = m_H \cdot dy \cdot \cos\varphi \\ \\ M_{aufr} = \rho \cdot \nabla \cdot GM \cdot \sin\varphi \end{array}\right\} \rightarrow \quad \tan\varphi = \frac{m_H \cdot dy}{\rho \cdot \nabla \cdot GM}$$

Diese Gleichung zeigt den einfachen Zusammenhang zwischen Krängungswinkel φ, Verschiebemoment „$m_H \cdot dy$“ und Anfangsstabilität GM. Wenn zwei der drei Größen bekannt sind, kann die dritte berechnet werden.



Beispiel Krängungsversuch: $m_H \cdot dy$ und φ werden gemessen,

$$KG = KM - GM = KM - \frac{m_H \cdot dy}{\rho \cdot \nabla \cdot \tan\varphi}$$

m_H = Krängungsgewicht, dy = seitliche Verschiebung