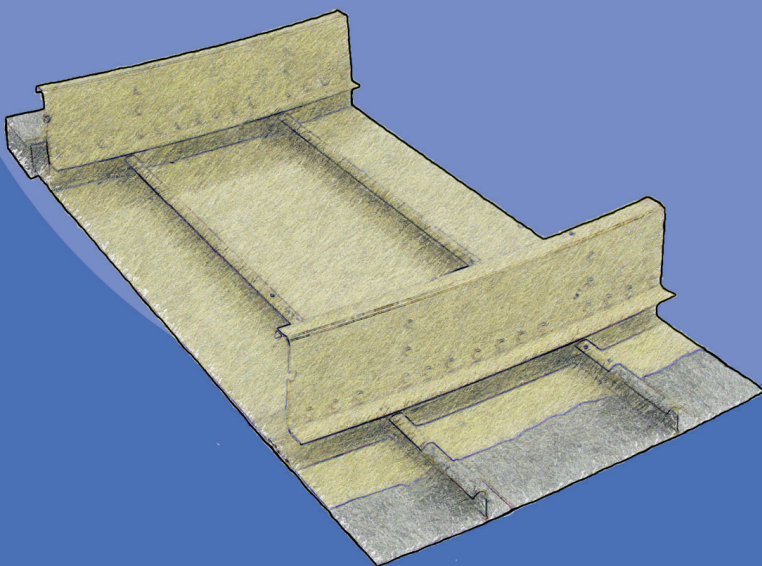
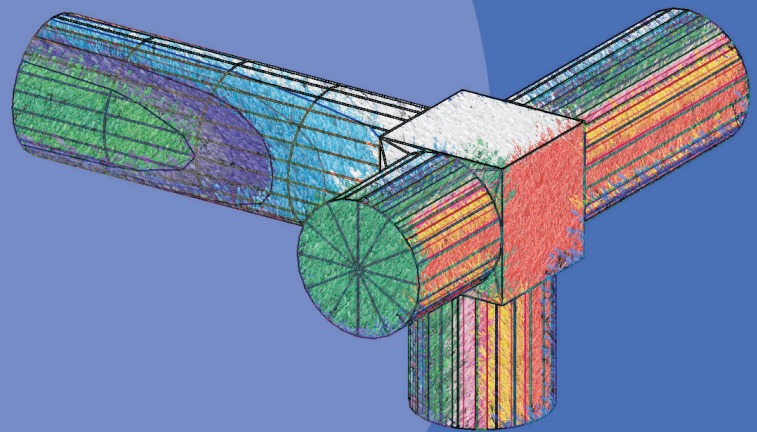
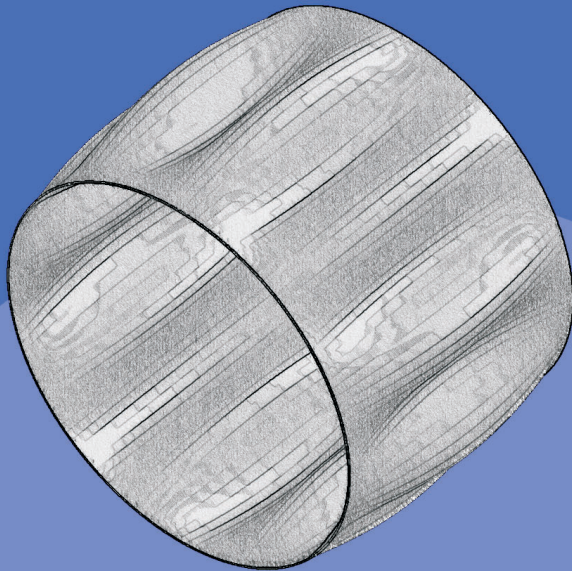


# MEHRSTUFIGE OPTIMIERUNG KOMPLEXER STRUKTUR- MECHANISCHER PROBLEME



WOLFGANG WOHLERS

Cuvillier Verlag Göttingen



# Mehrstufige Optimierung komplexer strukturmechanischer Probleme

Von der Fakultät für Maschinenwesen der  
Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktors der Ingenieurwissenschaften genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Diplom-Ingenieur Wolfgang Wohlers

aus

Meppen

1. Bericht: Univ.-Prof. Dr.-Ing. H.-G. Reimerdes
2. Bericht: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. (H) H. Öry

Tag der mündlichen Prüfung: 03.12.2004

D82 (Diss. RWTH Aachen)

### **Bibliografische Information Der Deutschen Bibliothek**

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

1. Aufl. - Göttingen : Cuvillier, 2005

Zugl.: Aachen, Techn. Hochschule, Diss., 2004

ISBN 3-86537-479-4

D82 (Diss. RWTH Aachen)

© CUVILLIER VERLAG, Göttingen 2005

Nonnenstieg 8, 37075 Göttingen

Telefon: 0551-54724-0

Telefax: 0551-54724-21

[www.cuvillier.de](http://www.cuvillier.de)

Alle Rechte vorbehalten. Ohne ausdrückliche Genehmigung des Verlages ist es nicht gestattet, das Buch oder Teile daraus auf fotomechanischem Weg (Fotokopie, Mikrokopie) zu vervielfältigen.

1. Auflage, 2005

Gedruckt auf säurefreiem Papier

ISBN 3-86537-479-4

# Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Angestellter am Institut für Leichtbau der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule Aachen.

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, herzlich bedanken. Ganz besonders gilt mein Dank:

Herrn Prof. Dr.-Ing. Hans-Günther Reimerdes für die Möglichkeit der Durchführung dieser Arbeit am Institut für Leichtbau, für die intensive fachliche Betreuung, seine ständige Gesprächsbereitschaft und die Freude bei vielen fachlichen und persönlichen Diskussionen sowie für sein Bestreben meine Ausbildung zu einem guten Ingenieur weiter voranzutreiben.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. (H) H. Öry für die Übernahme des Korreferats, für sein intensives Interesse an mir und meiner Arbeit sowie für die vielen fachlichen Anregungen.

Herrn Prof. Dr.-Ing. M. Modigell für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes.

Den Kollegen bei Airbus Deutschland, insbesondere den Herren D. Fitzsimmons, J. Pleitner, H. Wellen und M. Georg, danke ich für die gute Zusammenarbeit über die Jahre, die zu einem wichtigen Teil dieser Arbeit beigetragen haben.

Den Herren P. Beltrami, H. Sdunnus und D. Alwes für die gute Zusammenarbeit und die Möglichkeit die Entwicklungen dieser Arbeit anwenden zu können.

Allen Kollegen am Institut danke ich für die schöne Zeit, die ich dort verbracht habe. Die fachlichen Diskussionen haben mir oft weitergeholfen und neue Einblicke ermöglicht. Die Kaffeerunden im Hirschen haben daneben auch für unser persönlich gutes Verhältnis gesorgt.

Allen meinen studentischen Hilfskräften sowie Studien- und Diplomarbeitern danke ich für ihr Engagement und ihre Ideen und den Mitarbeitern in der Werkstatt, im Rechnerbereich und im Sekretariat für die Kooperationsbereitschaft und die Unterstützung.

Meinen Eltern für das Korrekturlesen, die langjährige Unterstützung und die vielen Möglichkeiten, die sie mir in meinem Leben eröffnet haben.

Meiner Freundin Doro gilt ganz besonderer Dank für ihre kritischen Kommentare bei der Durchsicht der Arbeit, ihre Geduld und Unterstützung während der Entstehung der Arbeit, ihren steten Antrieb und ihr liebevolles Verständnis für meine Launen und Bedürfnisse.

Hamburg im Mai 2005

Wolfgang Wohlers



Nicht jede Veränderung ist eine Verbesserung, aber wenn sich  
etwas verbessern soll, muss sich etwas verändern.  
*Spruchwort*



# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	IV
Tabellenverzeichnis	VII
Nomenklatur	IX
<b>1 Einleitung und Motivation</b>	<b>1</b>
<b>2 Optimumsprobleme</b>	<b>5</b>
2.1 Extremwertprobleme . . . . .	5
2.1.1 Mathematische Grundlagen . . . . .	5
2.1.2 Strukturmechanische Optimierung . . . . .	10
2.1.3 Sensitivitätsanalyse . . . . .	11
2.1.4 Zielfunktion . . . . .	13
2.2 Optimierungsalgorithmen . . . . .	14
2.2.1 Suchverfahren . . . . .	15
2.2.1.1 Vollständige Enumeration . . . . .	15
2.2.1.2 Hooke-Jeeves-Verfahren . . . . .	15
2.2.1.3 Sensitivitätsalgorithmus . . . . .	17
2.2.1.4 Weitere Suchverfahren . . . . .	18
2.2.2 Approximationsverfahren . . . . .	19
2.2.3 Gradientenverfahren . . . . .	20
2.2.3.1 Methoden des steilsten Abstiegs und der konjugierten Richtungen . . . . .	20
2.2.3.2 Newton-Verfahren . . . . .	21
2.2.4 Direkte Verfahren . . . . .	21
2.2.4.1 Methode der möglichen Richtungen . . . . .	22
2.2.4.2 Sequentielle quadratische Programmierung . . . . .	22
2.2.5 Heuristische Verfahren . . . . .	22
2.2.5.1 Monte-Carlo-Verfahren . . . . .	23



2.2.5.2	Simulated Annealing . . . . .	23
2.2.5.3	Evolutionsstrategien . . . . .	24
2.2.5.4	Vergleich: Klassische und genetische Verfahren . . . . .	32
2.3	Synthese eines Optimierungsverfahrens . . . . .	34
2.3.1	Zielsetzung . . . . .	34
2.3.2	Bewertung . . . . .	36
2.3.3	Algorithmus . . . . .	39
2.3.4	Implementierung . . . . .	40
<b>3</b>	<b>Optimierung von Mikrometeoriten- und Space-Debris Schutzsystemen</b>	<b>47</b>
3.1	Berechnungsprinzip . . . . .	48
3.2	Massenanalyse . . . . .	53
3.2.1	Single Wall . . . . .	54
3.2.2	Double Wall . . . . .	54
3.2.2.1	Frequenzrandbedingung . . . . .	55
3.2.2.2	Startlasten . . . . .	56
3.2.2.3	Thermische Lasten . . . . .	57
3.2.2.4	Bestimmung einer Näherungsfunktion für die Spacermasse .	57
3.2.3	Triple Wall . . . . .	59
3.3	Schutzgleichungen . . . . .	59
3.3.1	Kriterien für die Eignung bei Optimumsproblemen . . . . .	60
3.3.1.1	Zwingende Kriterien . . . . .	61
3.3.1.2	Sinnvolle Kriterien . . . . .	62
3.3.2	Single Wall . . . . .	62
3.3.2.1	Dünne Wände . . . . .	62
3.3.2.2	Christiansen/Cour-Palais . . . . .	64
3.3.3	Double Wall . . . . .	64
3.3.3.1	Cour-Palais, Christiansen . . . . .	64
3.3.3.2	Modifizierte Cour-Palais Gleichungen . . . . .	65
3.3.4	Triple Wall . . . . .	67
3.3.4.1	ESA Columbus Double Bumper Shield . . . . .	68
3.3.4.2	ESA Triple Wall . . . . .	69
3.4	Teststrukturen . . . . .	69
3.4.1	Würfel . . . . .	71
3.4.1.1	Einwandsystem . . . . .	72
3.4.1.2	Zweiwandsystem . . . . .	75

3.4.1.3	Ein- und Zweiwandsystem . . . . .	79
3.4.1.4	Einwandsystem in Meteoritenumgebung . . . . .	82
3.4.2	Zylindrisches Raumfahrzeug . . . . .	84
3.4.2.1	Sensitivitätsanalyse . . . . .	86
3.4.2.2	Optimierungsergebnisse . . . . .	86
3.4.3	Modul einer vereinfachten Raumstation . . . . .	88
3.4.3.1	Sensitivitätsanalyse . . . . .	90
3.4.3.2	Optimierungsergebnisse . . . . .	91
<b>4</b>	<b>Massenoptimierung von Flugzeugrümpfen</b>	<b>95</b>
4.1	Theoretische Beschreibung des Stabilitätsverhaltens von orthotrop versteiften Zylinderschalen . . . . .	96
4.1.1	Versagensarten der versteiften Zylinderschale . . . . .	96
4.1.2	Berechnung der Spannungsverteilung in einem Rumpfabschnitt . . . . .	98
4.1.2.1	Modifizierte Balkentheorie für versteifte Schalen . . . . .	98
4.1.2.2	Hautfeldbeulen und mittragende Breite . . . . .	99
4.1.2.3	Berücksichtigung der Schubbelastung . . . . .	101
4.1.3	Berechnung der Versagenslast einer Haut-Stringer-Kombination . . . . .	103
4.1.3.1	Cripplingversagen . . . . .	103
4.1.3.2	Kritische Last des Balkens auf elastischer Bettung . . . . .	105
4.1.3.3	Biegedrillknicken . . . . .	110
4.1.4	Berechnete Versagenslasten von Rumpfabschnitten . . . . .	111
4.2	Optimierte Strukturen . . . . .	111
4.2.1	Optimierung der Versteifungs- und Hautgeometrie eines einfachen Flugzeugrumpfes . . . . .	112
4.2.1.1	Sensitivitätsanalyse . . . . .	115
4.2.1.2	Optimierungsergebnisse . . . . .	116
4.2.2	Optimierung der Versteifungs- und Hautgeometrie eines realen Flugzeugrumpfes . . . . .	117
4.2.2.1	Sensitivitätsanalyse . . . . .	121
4.2.2.2	Optimierungsergebnisse . . . . .	122
<b>5</b>	<b>Optimierung des Stabilitätsverhaltens von Sandwich-Zylinderschalen</b>	<b>127</b>
5.1	Berechnung des Stabilitätsversagens von Sandwichschalen . . . . .	130
5.2	Optimierung eines Sandwich-Flugzeugrumpfes . . . . .	134
5.2.1	Sensitivitätsanalyse . . . . .	136
5.2.2	Optimierungsergebnisse . . . . .	138

<b>6 Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>141</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>144</b>
<b>Danksagung für Förderung</b>	<b>153</b>
<b>A Berechnungsergebnisse des zylindrischen Raumfahrzeuges</b>	<b>155</b>
A.1 Sensitivitäten des zylindrischen Raumfahrzeuges . . . . .	155
A.2 Sensitivitätsalgorithmus für das zylindrische Raumfahrzeug . . . . .	157
<b>B Berechnungsergebnisse des Moduls der vereinfachten Raumstation</b>	<b>159</b>
B.1 Sensitivitäten des Moduls der vereinfachten Raumstation . . . . .	159
B.2 Sensitivitätsalgorithmus für das Modul der vereinfachten Raumstation . . . .	161
<b>Index</b>	<b>161</b>
<b>Lebenslauf</b>	<b>165</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Konvexität von Funktionen . . . . .	8
2.2	Konvexität von Lösungsräumen . . . . .	8
2.3	Intervallreduktion einer unimodalen Funktion . . . . .	19
2.4	Energiezustände eines Feststoffes [24] . . . . .	23
2.5	Struktogramm [37]des Optimierungsprozesses . . . . .	40
2.6	Struktogramm [37]des Optimierungsprogramms . . . . .	41
2.7	Struktogramm [37] der genetischen Optimierung . . . . .	43
2.8	Struktogramm [37] des Sensitivitätsalgorithmus . . . . .	44
2.9	Struktogramm [37] der ersten Stufe des Sensitivitätsalgorithmus . . . . .	44
2.10	Struktogramm [37] der zweiten Stufe des Sensitivitätsalgorithmus . . . . .	45
2.11	Struktogramm [37] der Funktionsberechnung . . . . .	45
3.1	Einschlagkrater in Shuttlefenster (links [52], rechts [53] (STS 94)) . . . . .	48
3.2	Teilabschattung von Flächen . . . . .	49
3.3	Flux Concentration Factor von Debrispartikeln auf eine Kugel nach NASA-Modell ORDEM91 ( $x$ -Achse ist die Flugrichtung) . . . . .	50
3.4	Abschattung von Mikrometeoriten durch die Erde . . . . .	51
3.5	Funktionsweise einer Double Wall Konfiguration . . . . .	51
3.6	Erforderliche Rückwanddicke zur Abwehr eines Partikels als Funktion der Impactgeschwindigkeit . . . . .	52
3.7	Prinzipieller Aufbau eines Zweiwandsystems . . . . .	53
3.8	Prinzipiskizze der Spacergeometrie mit Bezeichnungen und Maßen . . . . .	53
3.9	Anordnung der Spacer und Unterteilung in Felder . . . . .	55
3.10	Masse des Spacers bezogen auf die Masse des Schildes als Funktion des Spacings . . . . .	58
3.11	Zusammenhang zwischen Kratertiefe und Schädigung der Wand . . . . .	63
3.12	Benötigte Gesamtwanddicke (Rückwand und Schild) als Funktion des Verhältnisses zwischen Schilddicke und Partikeldurchmesser [67]. . . . .	66
3.13	Kritischer Partikeldurchmesser als Funktion der Geschwindigkeit für die Christiansen Gleichungen und verschiedene Schilddicken . . . . .	67

3.14	Kritischer Partikeldurchmesser als Funktion der Geschwindigkeit für die modifizierten Cour-Palais Gleichungen und verschiedene Schilddicken . . . . .	68
3.15	Geometrie des würfelförmigen Testsatelliten . . . . .	72
3.16	Optimierte Wanddickenverteilung für einen Einwandwürfel . . . . .	75
3.17	Raumsonde Giotto mit Partikelschutzsystem . . . . .	76
3.18	Optimierte Rückwanddickenverteilung für einen Zweiwandwürfel . . . . .	79
3.19	Optimierte Schilddickenverteilung für einen Zweiwandwürfel . . . . .	80
3.20	Optimierte Spacingverteilung für einen Zweiwandwürfel . . . . .	81
3.21	Geometrie des zylindrischen Testsatelliten . . . . .	85
3.22	Spacing- und Wanddickenverteilung des optimierten Zylindermantels . . . .	89
3.23	Flux Concentration Factor für Space Debris der vereinfachten Raumstation .	89
4.1	Ausschnitt eines Flugzeugrumpfes mit Längsversteifungen (Stringer), Umfangsversteifungen (Spant) und Haut . . . . .	95
4.2	Versagensarten der orthotrop versteiften Schale . . . . .	97
4.3	Achsenbezeichnungen im Flugzeugrumpf . . . . .	98
4.4	Southwell-Plot . . . . .	108
4.5	Geometriedefinition des optimierten Stringers . . . . .	114
4.6	Verteilung für gerade und ungerade Anzahl an Stringern . . . . .	114
4.7	Verkehrsflugzeug mit verschiedenen Rumpfbereichen . . . . .	118
4.8	Verteilung der Stringertypen im Rumpfquerschnitt . . . . .	119
4.9	Verteilung der Hautdicken im Rumpfquerschnitt . . . . .	120
5.1	Prinzipieller Aufbau einer Sandwichstruktur . . . . .	127
5.2	Ausschnitt aus der Primärstruktur von Intelsat 5 [93] . . . . .	128
5.3	Verschiedene Sandwichkernbauweisen . . . . .	129
5.4	Massenvergleich verschiedener Schalenstruktur unter axialer Drucklast [78] .	129
5.5	Herstellungsverfahren und ausgezeichnete Richtung von Wabenkernen. . . .	130
5.6	Lokale Versagensarten von Sandwichstrukturen [78] . . . . .	131
5.7	Geometrie und globales Koordinatensystem der Sandwichschale [96] . . . .	132
5.8	Spannungen vom Sandwichkern auf die Decklagen [96] . . . . .	132
5.9	Kurzweiliges Knittern und globales Versagen von Sandwichzylinderschalen .	133
5.10	Geometrie der optimierten Sandwichschale . . . . .	135
5.11	Beulform der optimierten Sandwichzylinderschale (Schale in Längsrichtung gedehnt) . . . . .	139
5.12	Beulform der optimierten Sandwichzylinderschale (Originalgeometrie) . . . .	140

# Tabellenverzeichnis

2.1	Klassifizierung von Optimierungsproblemen anhand ihrer Eigenschaften [10]	6
2.2	Vor- und Nachteile der vier möglichen Optimierungsalgorithmen . . . . .	37
2.3	Optimierte mittlere Wanddicken von Mikrometeoriten- und Space-Debris-Schutzsystemen erzielt mit verschiedene Strategien . . . . .	39
3.1	Materialparameter für Aluminium 7075T73 [61] . . . . .	57
3.2	Optimierungsergebnisse für einen Würfel mit Zweiwandschutzsystem unter Verwendung verschiedener Schutzgleichungen . . . . .	61
3.3	Einfluss des Materials . . . . .	63
3.4	Versagensarten der Rückwand . . . . .	63
3.5	Vergleich zweier Schutzschildkonfigurationen mit nahezu identischen Massen	71
3.6	Missionsparameter für die Optimierung der Schutzsysteme des würfelförmigen Satelliten . . . . .	72
3.7	Sensitivitäten der Wände des Einwandwürfels . . . . .	73
3.8	Parameter für das Optimierungsprogramm . . . . .	74
3.9	Optimierte Wanddickenverteilung für einen Einwandwürfel . . . . .	76
3.10	Sensitivitäten der Wände des Zweiwandwürfels . . . . .	77
3.11	Parameter für das Optimierungsprogramm . . . . .	78
3.12	Optimierte Konfiguration für einen Zweiwandwürfel . . . . .	80
3.13	Optimierte Konfiguration für einen Würfel mit Ein- oder Zweiwandkonfiguration . . . . .	82
3.14	Wanddickenverteilung und Zahl der Durchschläge für alternatives Optimierungskonzept und beste gefundene Konfiguration . . . . .	83
3.15	Wanddickenverteilung für verschiedene Optimierungsstrategien (für alle Konfigurationen ist $N \approx 10^{-3}$ ) . . . . .	83
3.16	Missionsparameter für die Optimierung der Schutzsysteme des zylindrischen Raumfahrzeuges . . . . .	85
3.17	Parameter für das Optimierungsprogramm . . . . .	87
3.18	Optimierte Konfiguration des zylindrischen Raumfahrzeuges mit Zweiwandsystem . . . . .	88

3.19	Missionsparameter für die Optimierung der Schutzsysteme des Moduls der vereinfachten Raumstation . . . . .	90
3.20	Parameter für das Optimierungsprogramm . . . . .	91
3.21	Optimierte Konfiguration des Moduls der vereinfachten Raumstation mit Ein- oder Zweiwandsystem . . . . .	92
4.1	Berechnete Versagenslasten in Prozent der Versuchswerte und Orte des primären Versagens . . . . .	112
4.2	Daten der Referenzkonfiguration . . . . .	115
4.3	Sensitivitäten der Optimierungsvariablen des einfachen Flugzeugrumpfes . .	115
4.4	Unter- und Obergrenzen für die Optimierungsvariablen . . . . .	116
4.5	Ergebnis der Optimierung ausschließlich mit dem Sensitivitätsalgorithmus . .	117
4.6	Ergebnis der Optimierung mit dem kombinierten Algorithmus . . . . .	117
4.7	Definition der verschiedenen Stringertypen . . . . .	120
4.8	Sensitivitäten der Geometriegrößen der Stringer . . . . .	122
4.9	Unter- und Obergrenzen für die Optimierungsvariablen . . . . .	123
4.10	Mögliche Materialien für die verschiedenen Stringertypen [86] . . . . .	123
4.11	Optimierte Stringergeometrien . . . . .	124
4.12	Reservefaktoren der optimierten Konfigurationen für die verschiedenen Lastfälle	126
5.1	Optimierungsvariablen der Sandwichzylinderschale, Grenzen und abhängige Variablen . . . . .	136
5.2	Referenzkonfiguration der Sandwichzylinderschale . . . . .	136
5.3	Sensitivitäten der Sandwichzylinderschale . . . . .	137
5.4	Sensitivitäten der Sandwichzylinderschale (nur Stabilitätsversagen) . . . . .	137
5.5	Optimierungsergebnisse für die Sandwichzylinderschale . . . . .	138
A.1	Sensitivitäten des zylindrischen Raumfahrzeugs . . . . .	156
A.2	Optimierte Konfiguration des zylindrischen Raumfahrzeugs mit Zweiwandsystem (mit Sensitivitätsalgorithmus alleine berechnet) . . . . .	157
B.1	Sensitivitäten des Moduls der vereinfachten Raumstation . . . . .	160
B.2	Optimierte Konfiguration des Moduls der vereinfachten Raumstation mit Ein- oder Zweiwandsystem (mit Sensitivitätsalgorithmus alleine berechnet) . . . .	161

# Nomenklatur

## Lateinische Buchstaben

$A$	Fläche
$(A)$	Differentialmatrix
$b$	Breite
$b_m$	mittragende Breite
$C$	Schallgeschwindigkeit
$C_w$	Wölbwiderstand
$CR$	Kostenverhältnis
$D$	Menge diskreter Werte der Optimierungsvariablen
$E$	E-Modul
$E_{in}$	innere Energie eines Zustandes
$e$	Fehlermaß
$F$	Partikelflux
$F_2^*$	Parameter zur Berücksichtigung der Schilddicke
$F_3^*$	Parameter zur Berücksichtigung der Schilddicke
$F_g$	Beschleunigungskraft
$f$	Eigenfrequenz
$f$	allgemeine Funktion
$f_{bw}$	Frequenzbeiwert
$G$	G-Modul
$g$	(aktive) Restriktion
$g$	Erdbeschleunigung
$g$	Gerard-Parameter
$H$	Brinell Härte
$H$	Hesse Matrix
$I$	Flächenträgheitsmoment
$I_T$	Saint-Venant'sches Torsionsträgheitsmoment
$i_M$	polarer Trägheitsradius
$K_3$	Parameter zur Berücksichtigung der Schutzwirkung der beiden Schilde
$K_\infty$	Materialparameter
$K_\phi$	elastischer Lagerungskoeffizient



$k$	Bettungsziffer
$k$	Beulbeiwert
$k$	Flux Concentration Factor
$k$	Parameter für Versagensart
$k_\psi$	elastische Verdrehsteifigkeit der Haut
$k_B$	Biegesteifigkeit
$k_B$	Boltzmann Konstante
$k_{m1}$	konstanter Term der linearen Massenfunktion des Spacers
$k_{m2}$	Steigung der linearen Massenfunktion des Spacers
$k_{ZF}$	Diagonalzugfaktor
$L$	Lagrangefunktion
$l$	Länge
$M$	Moment
$m$	Anzahl der Restriktionen
$m$	Masse
$N$	(Längs-)Last
$N$	Anzahl der Durchschläge
$n$	Dimension des Variablenvektors
$n$	Wellenzahl
$P$	Last
$P$	Population
$P$	Wahrscheinlichkeit eines Zustandes
$p$	Wahrscheinlichkeit
$p_0$	Wahrscheinlichkeit für keinen Durchschlag während der Mission
$p_\infty$	Kratertiefe
$p_{konv}$	Konvergenzrate
$P_{kr}$	kritische Last
$Q$	Querkraft
$q$	Schubfluss
$R$	Radius
$r$	Anzahl der don't-care-Symbole
$r_{S/D}$	Korrekturverhältnis für Double Wall Gleichungen
$S$	Spacing, Abstand zwischen Schild und Rückwand
$\vec{S}$	Schema
$S_{Variable}$	Sensitivität
$s$	Schrittweite
$s$	Suchrichtung
$T$	Temperatur
$t$	(Wand-)Dicke

$t$	Zeitpunkt bei genetischer Optimierung (Iterationszähler)
$U$	mathematische Umgebung
$\vec{u}$	Zustandsvektor
$W(x)$	Übertragungsmatrix
$W_y$	Widerstandsmoment
$v$	Geschwindigkeit
$w$	Durchbiegung
$\vec{X}$	Vektor der Optimierungsvariablen
$x$	Laufkoordinate
$x_s^*$	$x$ -Koordinate des Drehpunktes im Schwerpunktkoordinatensystem
$y_s^*$	$y$ -Koordinate des Drehpunktes im Schwerpunktkoordinatensystem
$*$	don't-care-Symbol, beliebige Belegung der Variable

## Griechische Buchstaben

$\alpha$	Einschlagwinkel
$\alpha$	Zugfeldwinkel
$\alpha_T$	thermischer Ausdehnungskoeffizient
$\beta$	Verdrehung
$\Delta$	Änderung
$\epsilon$	Dehnung
$\lambda$	Lagrangeparameter
$\vec{\lambda}$	Vektor der Lagrangeparameter
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\Omega$	Krümmungsmaß
$\omega$	genetischer Operator
$\sigma$	Spannung
$\sigma_{0,2}$	Streckgrenze
$\sigma_{max}$	Maximalspannung
$\tau$	Schubspannung
$\tau_{GS}$	Intervallteilung
$\varepsilon$	Dehnung
$\varphi$	Verdrehung

## Indizes

$\alpha$	Index der Restriktionsfunktionen
$\beta$	Index der zulässigen Menge der Optimierungsvariablen
$\text{örtl.}$	örtlich, lokal
$B$	Biegung
$c$	Startpunkt eines Suchschrittes
$c$	crossover

<i>cripp</i>	Crippling, Knittern
<i>d/z</i>	Druck/Zug
<i>el</i>	elastisch
<i>f</i>	Flansch
<i>ges</i>	Gesamt
<i>i</i>	Zählindex
<i>k</i>	aktueller Punkt während eines Optimierungsalgorithmus
<i>kr</i>	kritisch
<i>lim</i>	Grenze
<i>m</i>	Mutation
<i>n</i>	senkrecht
<i>NP</i>	neutrale Faser
<i>opt</i>	Optimum
<i>p</i>	Partikel
<i>pl</i>	plastisch
<i>Pr</i>	Profil, Stringer
<i>red</i>	reduziert
<i>S</i>	Schub oder schubtragend
<i>s</i>	Schild
<i>s</i>	Stringer
<i>s1</i>	äußeres Schild einer Dreiwandkonfiguration
<i>s2</i>	inneres Schild einer Dreiwandkonfiguration
<i>sec</i>	Sekante
<i>SP</i>	Spacer
<i>T</i>	Temperatur
<i>T</i>	Torsion, Drillung
<i>tang</i>	Tangente
<i>w</i>	Rückwand
<i>ZF</i>	(Diagonal-)Zugfeld
<i>zul</i>	zulässig

# Kapitel 1

## Einleitung und Motivation

Im Bereich der Strukturmechanik wird die folgende Definition des Begriffes Leichtbau verwendet [1]:

Von Leichtbau spricht man, wenn eine Konstruktion so gebaut ist, daß sie mit einem Minimum an Masse die gestellten Anforderungen wie Festigkeit oder Steifigkeit erfüllt.

Ähnliche Definitionen des Begriffs finden sich bei Wiedemann [2], Hertel [3] und anderen. Wird also Leichtbau betrieben, so ist zumindest implizit ein Optimierungsproblem zu lösen. In der Praxis geschieht dies meistens durch die Auswahl geeigneter Bauformen, den sogenannten Formleichtbau [1], und/oder Materialien, dem Materialleichtbau [1]. Das Optimierungsproblem im mathematischen Sinne wird dabei oft nicht betrachtet, die Lösung erfolgt durch „ingenieurmäßiges“ Vorgehen. Dies bedeutet, dass eine viel versprechende Bauweisen- oder Materialauswahl getroffen wird, die auf Erfahrungen, Literaturquellen oder innovativen Ideen beruht.

Um ein Problem unter Leichtbauaspekten zu lösen muss zunächst ein geeignetes Berechnungsverfahren für die relevanten Struktureigenschaften bestimmt werden. Es soll die vorliegende Struktur möglichst genau berechnen. Die unvermeidbaren Ungenauigkeiten in folge von Vereinfachungen und Vernachlässigungen sind so einzustellen, dass sich ein konservatives Ergebnis ergibt. Mit einem solchen Verfahren lassen sich Voraussagen machen, die zum einen möglichst nahe an realen Ergebnissen, beispielsweise aus Versuchen liegen, zum anderen jedoch unterhalb der realen Versagenslasten. Die stetige Weiterentwicklung von Berechnungsverfahren führt dazu, dass die realen Versagenslasten immer genauer vorausgesagt werden können. Unter der Voraussetzung, dass die Verfahren konservative Vorhersagen liefern, entsteht dadurch ein Masseneinsparungspotenzial für Strukturen, die nach früheren Verfahren ausgelegt worden sind. Um diese Einsparmöglichkeit für abgeleitete Strukturen zu nutzen, ist der Einsatz von mathematischen Optimierungsalgorithmen sinnvoll, da sie vorhandene Reserven möglichst effektiv in Massenreduktion umsetzen können.

Das Vorgehen bei der Berechnung in der Strukturmechanik geht in der Regel von einfachen Strukturelementen aus, die in verschiedenen Ausführungen zusammengesetzt eine Gesamtstruktur ergeben. Als Beispiel dazu sei die Methode der finiten Elemente genannt [4], bei der sehr komplexe Strukturen wie Automobilkarosserien, Motoren oder Flugzeugrümpfe aus einfachen (finiten) Elementen zusammengesetzt werden, die durch einige kleine Matrizen

(lineare Steifigkeit, Masse und nichtlineare Steifigkeit) beschrieben werden. Ein weiteres Beispiel ist die Behandlung eines Flugzeugrumpfes als Balken, wie sie Kapitel in 4 verwendet wird. Der Balken ist ein einfaches Element der Strukturmechanik, im Fall eines Rumpfes setzt sich sein Querschnitt jedoch aus mehr als 100 Stringern und 100 Hautfeldern zusammen, so dass sich ein komplexes Gesamtsystem ergibt. Nach der Definition des Leichtbaus muss dafür eine Auslegung gefunden werden, die ein Minimum der Masse unter den gegebenen Randbedingungen darstellt. Für reale Strukturen ist die Zahl der Variablen meistens so groß, dass ein Mensch nicht in der Lage sein wird sie optimal zu bestimmen.

Zusätzlich zur großen Zahl der möglichen Variablen sind die strukturmechanischen Optimierungsprobleme oft stark nichtlinear. Dies fängt bei der Berücksichtigung des plastischen Materialverhaltens an, ohne das keine massenoptimale Auslegung gefunden wird [1]. Weitere Nichtlinearitäten werden durch große Verformungen, Kontakt oder Reibung verursacht. Die Berechnungsverfahren an sich können ebenfalls Nichtlinearitäten in den Optimierungsprozess einbringen. Ein Beispiel hierfür ist das Hautbeulen von Flugzeugrümpfen, das zwar nicht zum Versagen der Struktur führt, wohl aber zu Spannungsumlagerungen, die zum einen nichtlinear von der Spannung abhängen, zum anderen plötzlich bei Überschreiten der Beulspannung einsetzen. An dieser Stelle ist das Berechnungsverfahren nicht differenzierbar und nicht linear. Dies entspricht nicht dem realen Strukturverhalten, bei dem das Beulen kontinuierlich stärker wird, sondern wird durch die Modellierung des Strukturverhaltens verursacht. An sich ist damit die Modellierung nicht ausreichend genau. Bessere Verfahren sind aber teilweise nicht bestimmbar oder führen zu einem zu großen Rechenaufwand. Sie sind auch für die Berechnung der Versagenslast nicht nötig, da die vorhandene Modellierung ausreicht. Nur für eine Optimierung ist die Differenzierbarkeit unter Umständen erforderlich. Eine letzte Nichtlinearität wird durch die Optimierungsvariablen selbst verursacht. Einige Variablen können nur ganzzahlige Werte annehmen (z. B. die Zahl der Stringer im Rumpf) oder sie dürfen nur einige bestimmte Werte zugewiesen bekommen. Diese Werte lassen sich unter Umständen nicht ordnen, so dass sich eine nichtlineare Abhängigkeit des Berechnungsergebnis von diesen Variablen ergibt. Ein Beispiel hierfür ist die Optimierung des Materials. Mit der Variablen kann nur eines von wenigen zur Verfügung stehenden Materialien ausgewählt werden. Diese Wahl beeinflusst eine Reihe von Größen, die für das Berechnungsergebnis wichtig sind, z. B. E-Modul, Fließgrenze, Schubmodul oder Dichte. Ein Material mit höherer Fließgrenze kann eine niedrigere Dichte oder einen niedrigeren E-Modul haben als ein anderes Material. Damit ist eine eindeutige Ordnung der Variablenwerte im Sinne von besserem und schlechterem Material nicht möglich.

Aus diesen Überlegungen ergeben sich Anforderungen an eine rechnergestützte Optimierung. Sie muss in der Lage sein eine große Zahl von Variablen für unstetige, nicht differenzierbare Zielfunktionen zu bestimmen. Dabei sind Restriktionen einzuhalten, die ebenfalls unstetig und nicht differenzierbar sein können. Die Variablen können Werte aus dem Bereich der reellen Zahlen sein, sie können aber auch auf die natürlichen Zahlen oder diskrete Wertemengen begrenzt sein.

Es ist direkt offensichtlich, dass diese Forderungen nicht allgemein erfüllt werden können. Es gibt kein Optimierungsverfahren, das in der Lage ist, für ein so allgemein formuliertes Optimumproblem das globale Optimum [5] zu identifizieren. Die Zielfunktion und die Restriktionen sind geprägt von einer großen Zahl lokaler Optima, die teilweise sehr ähnliche Funktionswerte aufweisen und somit kaum zu unterscheiden sind.

Das Ziel dieser Arbeit ist es, ein Optimierungsverfahren zu entwickeln, das mit geringen Anpassungen auf eine Vielzahl von Optimierungsaufgaben der oben beschriebenen Art an-

wendbar ist. Dabei kann die Identifikation des globalen Optimums nicht zwingend Aufgabe dieses Verfahrens sein, da dies für eine Reihe von Problemen nur durch Ausprobieren aller Möglichkeiten sicher identifiziert werden kann. Ein bekanntes Beispiel dafür ist das Travelling-Salesman-Problem [6]. Sind einige der Variablen reelle Zahlen, so ergibt sich eine unendliche Zahl an Möglichkeiten und das Problem ist nicht mehr geschlossen lösbar. Vielmehr soll das Verfahren zuverlässig gute Ergebnisse in Form von lokalen Optima oder, wenn möglich, des globalen Optimums liefern. Das Optimierungsprogramm soll die bisherige Arbeitsweise in der Strukturmechanik nicht ersetzen, sondern ergänzen. Die Erfahrung und Intuition des Ingenieurs sollen einfließen und zu einem guten Ergebnis beitragen.

Um diese Zielsetzung zu erreichen wird der Optimierungsprozess als Ganzes betrachtet. Im Einzelnen umfasst er die folgenden Schritte:

- Definition der zu optimierenden Zielfunktion und der Restriktionsfunktionen

Durch die Wahl der Berechnungsverfahren wird bereits festgelegt, welche Variablen optimierbar sind. Des Weiteren können die gefundenen optimalen Konfigurationen nur innerhalb des Gültigkeitsbereichs der verwendeten Verfahren liegen. Für eine erfolgreiche Optimierung sollten deshalb die Berechnungsverfahren sorgfältig ausgewählt und gegebenenfalls erweitert werden. Im Beispiel der Optimierung von Mikrometeoriten und Space Debris Schutzsystemen (Kapitel 3) wird gezeigt, wie mit einer Erweiterung des Verfahrens zusätzliches Optimierungspotenzial zugänglich gemacht werden kann.

- Auswahl der zu optimierenden Variablen und ihrer Grenzen

Offensichtlich hat die Festlegung der Variablengrenzen entscheidenden Einfluss auf das erzielte Ergebnis. Durch ungeeignete Grenzen können gute Konfigurationen ausgeschlossen werden. Durch zu große Intervalle wird das zu durchsuchende Gebiet und damit der Rechenaufwand vergrößert. Bei der Festlegung der Grenzen ist man daher stark auf die Erfahrung und die Kenntnisse des Anwenders angewiesen. Dies gilt auch bei der Auswahl der Variablen. Durch das Weglassen von Variablen kann der Rechenaufwand verringert werden und/oder das Ergebnis negativ beeinflusst werden. Neben der Erfahrung des Nutzers bietet sich hier eine systematische Sensitivitätsanalyse vor der eigentlichen Optimierung an, wie sie in Kapitel 2.1.3 vorgestellt wird. Damit werden dem Nutzer Zahlenwerte zur Verfügung gestellt, die eine gezielte Auswahl der Variablen ermöglichen. Darüber hinaus sind aus der Sensitivitätsanalyse Tendenzen ableitbar, die qualitative Aussagen für die optimale Konfiguration erlauben.

- Auswahl und Anwendung eines Optimierungsalgorithmus

Mit dem Optimierungsergebnis werden bereits die Eigenschaften der Zielfunktion festgelegt, die optimiert werden können. Für die oben beschriebenen, nicht differenzierbaren Zielfunktionen sind zum Beispiel gradientenbasierte Verfahren nicht anwendbar. Grundsätzlich kann für jedes zu optimierende Problem ein spezieller Algorithmus entwickelt werden, der besonders effektiv und schnell arbeitet. In dieser Arbeit soll dieser Weg jedoch nicht beschritten werden, da dann schon bei kleinen Änderungen am Berechnungsverfahren gravierende Änderungen am Optimierer notwendig werden können. Es soll im Gegenteil ein Verfahren entwickelt werden, das bei geringen Modifikationen des Berechnungsverfahrens keine Änderungen erfordert. Zusammen mit den oben skizzierten hohen Anforderungen bezüglich der Variablenzahl und Charakteristiken der Funktionen, stellt diese Zielsetzung große Ansprüche an das zu entwickelnde

Verfahren. Daher werden in Kapitel 2 eine Reihe möglicher Kandidaten für solche Algorithmen diskutiert. Die wenigen, die die Zielsetzung erfüllen können, werden zu einem kombinierten Algorithmus zusammengestellt, der ihre Stärke verbindet und die Schwächen minimiert. Dieser kombinierte Algorithmus ist in der Lage die Zielsetzung zu erfüllen, was an sich schon ein großer Vorteil ist. Dies wird durch eine vergleichsweise hohe Rechenzeit erkauft. Hierbei muss jedoch beachtet werden, dass die Rechenleistung stetig steigt [7, 8] und damit in wenigen Jahren Probleme lösbar werden, die heute mangels Rechenkapazität nicht bearbeitet werden können. Damit wird auch dieser Nachteil des kombinierten Algorithmus relativiert.

- Überprüfung und Vergleich des erzielten Ergebnisses

Die Überprüfung der Ergebnisse ist eine Selbstverständlichkeit in der Ingenieurspraxis. Für jede optimierte Konfiguration muss geprüft werden, ob die Resultate plausibel sind, ob die gemachten Annahmen und Vereinfachungen zulässig sind und die Konfiguration die Voraussetzungen der Verfahren erfüllt. In der Praxis und damit in dieser Arbeit müssen die optimierten Konfigurationen bezüglich ihrer Optimalität bewertet werden. Da in der Regel das globale Optimum nicht bekannt und nicht bestimmbar ist, müssen Referenzkonfigurationen verwendet werden, die durch ingenieurmäßiges Vorgehen oder „scharfes Hingucken“ bestimmt werden.

Es wird zunächst ein Optimierungsverfahren definiert, das die Zielsetzungen erfüllt. Anschließend wird es auf drei Beispiele angewendet. Dies sind zum einen die Massenoptimierung von Mikrometeoriten und Space Debris Schutzsystemen, die Querschnittsoptimierung von orthotrop versteiften Rumpfschalen und die Massenoptimierung von Sandwichzylinderschalen. In allen Beispielen müssen Nebenbedingungen eingehalten werden, die im weitesten Sinne als Sicherheit gegen Versagen bezeichnet werden können. Für jedes Beispiel wird zunächst das Berechnungsverfahren dargestellt, das während der Optimierung verwendet wird. Dabei werden zum Teil notwendige Verfahren erst erarbeitet, ohne die eine Optimierung nicht möglich wäre. Anschließend werden ein oder mehrere Testfälle optimiert, wobei jeweils die Variablen und ihre Grenzen unter Zuhilfenahme einer Sensitivitätsanalyse festgelegt werden. Die erzielten Optimierungsergebnisse werden mit geeigneten Referenzkonfigurationen, wie sie sich in der Praxis ergeben, verglichen und bewertet. Am Ende der Arbeit erfolgt eine Zusammenfassung, aus der sich Ausblicke für zukünftige Arbeiten ergeben.

# Kapitel 2

## Optimumsprobleme

### 2.1 Extremwertprobleme

Unter Optimierung im Allgemeinen versteht man Vorgänge, bei denen unter gegebenen Voraussetzungen eine bestmögliche Lösung im Hinblick auf ein zu erreichendes Ziel gesucht wird.

Optimierung in der Strukturmechanik befasst sich mit mathematischen Methoden für die optimale Auslegung von Bauteilen, Tragwerken und anderen mechanischen Systemen. Unter mathematischen Methoden werden dabei die Ermittlung und Beschreibung der besten Auswahl aller unter vorgegebenen Bedingungen und Anforderungen in Frage kommenden Alternativen verstanden. Dieser Entscheidungsprozess kommt mithilfe mathematisch-numerischer Algorithmen zustande. Im speziellen bedeutet das: „Es wird ein Satz von freien Parametern (die Optimierungs- oder Entwurfsvariablen) eines Systems (mechanische Struktur) so bestimmt, dass ein oder mehrere Gütekriterien (Zielfunktionen) bestmöglich erfüllt sind und gleichzeitig zu beachtende physikalisch-technische Anforderungen (Restriktionen) eingehalten werden“ [9].

In der Strukturmechanik wird häufig auf numerische Hilfsmittel wie die FEM-Analyse zurückgegriffen. Diese führen bei Optimierungsaufgaben auf einen nur numerisch darstellbaren Zusammenhang von Optimierungs- und Antwortvariablen. Man spricht dann von einer impliziten Optimierungsaufgabe. Im Gegensatz dazu ergibt sich bei kleineren Aufgaben oft ein formelmäßiger Zusammenhang, dann ist eine explizite Aufgabe gegeben.

#### 2.1.1 Mathematische Grundlagen

Die Anwendung von Verfahren zur Parameteroptimierung erfordert eine mathematische Modellbildung. Damit wird das Problem in eine mathematische Beschreibungsweise überführt, auf die spezielle Optimierungsalgorithmen angewandt werden können. Nach Kölsch [5] lässt sich das mathematische Modell der Parameteroptimierung allgemein wie folgt formulieren:



$$\text{Minimiere} \quad f(\vec{X}) \quad (2.1)$$

$$\text{mit} \quad g_\alpha(\vec{X}) = 0 \quad \alpha = 1, 2, \dots, m' \quad (2.2)$$

$$\text{und} \quad g_\alpha(\vec{X}) \geq 0 \quad \alpha = m' + 1, \dots, m \quad (2.3)$$

$$\text{und} \quad \vec{X}_{\beta,u} \leq \vec{X} \leq \vec{X}_{\beta,o} \quad \beta = 1, 2, \dots, n' \quad (2.4)$$

$$\text{und} \quad \vec{X} \in D_{i,\beta} \quad \beta = n' + 1, \dots, n \quad (2.5)$$

$$D_{i,\beta} = \{ \vec{X}_{\beta,1}, \vec{X}_{\beta,2}, \dots \}$$

Die Zielfunktion Gleichung (2.1) beschreibt das zu optimierende Merkmal in mathematischer Form. Sie ist dabei abhängig von den Optimierungsparametern, die im Vektor  $\vec{X}$  zusammengefasst werden. Zudem müssen noch Restriktionsfunktionen erfüllt werden, die allgemein in den Gleichungen (2.2) und den Ungleichungen (2.3) angegeben sind. Sie werden zusammen von 1 bis  $m$  durchnummeriert, mit  $m'$  als letzte Gleichung und  $m' + 1$  als erste Ungleichung. Mögliche Grenzen, zwischen denen sich die Optimierungsparameter bewegen dürfen, sowie diskrete Werte der Optimierungsparameter werden mit (2.4) und (2.5) erfasst. Die Nummerierung erfolgt analog zu den Gleichungen und Ungleichungen, mit dem Buchstaben  $n$ . Es wird hier nur die Minimierung einer Zielfunktion betrachtet, da sich jedes Maximierungsproblem durch Multiplikation der Zielfunktion mit  $-1$  in ein Minimumproblem überführen lässt.

Mit Hilfe dieser allgemeinen Formulierung lassen sich Optimierungsprobleme entsprechend der Eigenschaften ihrer Gleichungen klassifizieren:

Eigenschaften der Zielfunktion	Eigenschaften der Restriktionsfunktionen
Funktion einer Variablen	Keine Beschränkungen ( $m=0$ )
Lineare Funktion	Einfache Parameterbeschränkungen
Quadratische Funktion	Lineare Beschränkungen
Stetige nichtlineare Funktion	Nichtlineare Beschränkungen
Nichtlineare Funktion	

Tabelle 2.1: Klassifizierung von Optimierungsproblemen anhand ihrer Eigenschaften [10]

Die Zielfunktion kann von einer oder mehreren Variablen abhängen. Ist  $\vec{X} \in \mathbb{R}^1$ , so können die aus der Analysis bekannten Methoden angewandt werden. Dazu wird die Funktion zweimal abgeleitet, werden die Nullstellen der ersten Ableitung bestimmt, und mit der Hilfe der zweiten Ableitung entschieden, ob ein Minimum, Maximum oder ein Sattelpunkt vorliegt. Die Funktionswerte an den Minima und die Werte an den eventuell vorhandenen Grenzen werden dann verglichen und so das globale Minimum bestimmt.

Bei Zielfunktionen mehrerer Veränderlicher ist dieses Verfahren anwendbar, wenn die Aufgabe nicht restringiert ist. Die erste Ableitung muss Null sein und die zweite Ableitung muss positiv definit sein. Bei beschränkten Problemen gilt aber gerade die letzte Bedingung nicht

immer. Dann müssen andere Algorithmen angewandt werden, die in ihrer Anwendbarkeit von den Eigenschaften der Zielfunktion und der Restriktionen abhängen. Solche Algorithmen werden in Kapitel 2.2 erläutert und vorgestellt.

Die Restriktionen stellen eine weitere Komplikation des Problems dar, denn durch sie wird der Lösungsraum definiert. Dies ist die Menge aller  $\vec{X}$ , die alle Restriktionen erfüllt. Nur Elemente von  $\vec{X}$ , die innerhalb des Lösungsraumes liegen, sind als Lösung des Optimierungsproblems zulässig.

Für den Fall, dass keine Restriktionen gegeben sind, stehen eine Vielzahl von effizienten und erprobten Verfahren zur Verfügung. Daher kann es sinnvoll sein Restriktionen zu eliminieren. Dies wird durch sogenannte Straffunktionen erreicht. Dabei wird die Zielfunktion so modifiziert, dass bei Verletzung einer Restriktion ein Strafterm addiert wird. Diese Lösung ist dann in ihrer Qualität herabgesetzt und wird als nicht optimal bewertet.

Straffunktionen können auf unterschiedliche Weise realisiert werden, von der Addition konstanter Strafterme über den linearen bis hin zum exponentiellen Anstieg in Abhängigkeit von der Größe der Verletzung.

Problematisch beim Einsatz von Straffunktionen ist, dass Kenntnisse der Originalzielfunktion nötig sind. Sind die gewählten Strafterme zu klein, so kann es vorkommen, dass der Lösungsalgorithmus bei einem unzulässigen Punkt konvergiert. Zudem gibt es Probleme, wenn der Lösungsraum in diskrete Bereiche unterteilt ist. Bei schrittweisen Lösungsverfahren führt der Weg zum gesuchten, globalen Minimum je nach Startvektor nur über unzulässige Punkte, die durch zu hohe Strafterme den Algorithmus in lokale Minima zurückdrängen.

Optimierungsprobleme werden als linear bezeichnet, wenn sowohl die Zielfunktion als auch die Restriktionsfunktionen linear von den Optimierungsparametern abhängen. Trifft dies in einer Gleichung nicht zu, so liegt ein nichtlineares Problem vor. Die meisten Probleme aus der Strukturmechanik sind nichtlinear. Zum Beispiel ist oft das Gewicht zu beachten, welches vom Volumen abhängt, auch Schwingungseinflüsse sind nichtlinearer Natur. Nichtlineare Probleme sind im Allgemeinen multimodal, was bedeutet, dass sie neben einem globalen auch noch lokale Minima im Lösungsraum besitzen.

Eine wichtige geometrische Eigenschaft für Optimierungsprobleme ist die Konvexität von Funktionen und Bereichen. Durch sie wird bestimmt, ob ein Problem nur eine Lösung hat, oder ob mehrere Lösungen existieren können. Von konvexen Optimierungsproblemen spricht man immer, wenn sowohl die Zielfunktion konvex ist als auch die Restriktionsfunktionen einen konvexen Bereich beschreiben und alle Funktionen stetig sind.

Eine Funktion  $f(\vec{X})$  heißt konvex, wenn für zwei Punkte  $\vec{X}_1$  und  $\vec{X}_2$  mit  $0 < a < 1$  gilt [9, 11]:

$$f(a\vec{X}_1 + (1-a)\vec{X}_2) \leq a \cdot f(\vec{X}_1) + (1-a)f(\vec{X}_2) \quad (2.6)$$

Eine geometrische Interpretation der Gleichung (2.6) kann am Beispiel der Funktionsverläufe in Abbildung 2.1 vorgenommen werden.

Aus dieser Darstellung erkennt man, dass eine Funktion dann konvex ist, wenn alle Punkte auf einer Geraden, deren Anfangs- und Endwerte von den Funktionswerten bei  $\vec{X}_1$  und  $\vec{X}_2$  gebildet werden, größere Werte annehmen als die Funktion in diesem Intervall.

Ist die Funktion von einer Variablen abhängig und zweimal differenzierbar, so gilt für Konvexität, dass  $\frac{\partial^2 f}{\partial X^2} \geq 0$  ist. Bei Funktionen mehrerer Veränderlicher gilt entsprechend, dass

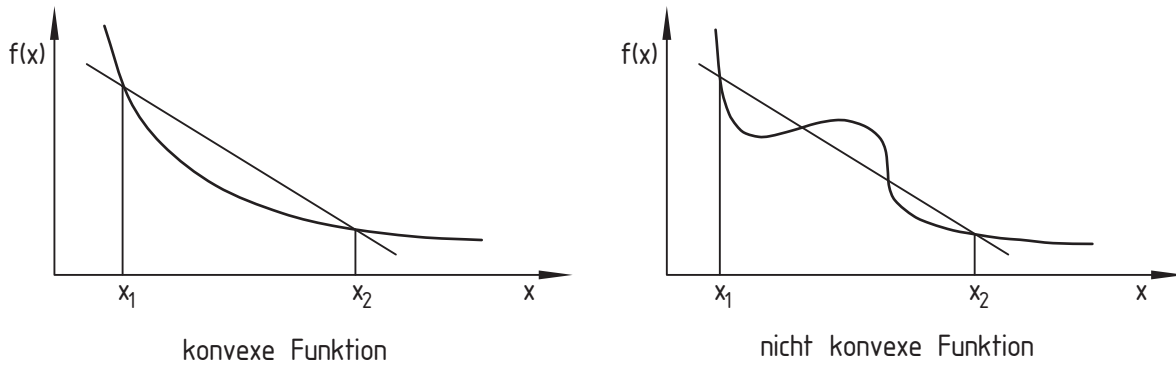


Abbildung 2.1: Konvexität von Funktionen

die Hesse-Matrix  $H = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$  positiv definit ist. Eine Matrix ist positiv definit, wenn sie symmetrisch ist und alle ihre Eigenwerte größer Null sind [11].

Ein Bereich ist dann konvex, wenn für beliebige zwei Punkte  $\vec{X}_1$  und  $\vec{X}_2$  des Bereiches gilt, dass auch jeder Punkt der Verbindungsline zwischen den beiden Punkten innerhalb des Bereichs liegt [5]. Dies ist in Abbildung 2.2 dargestellt.

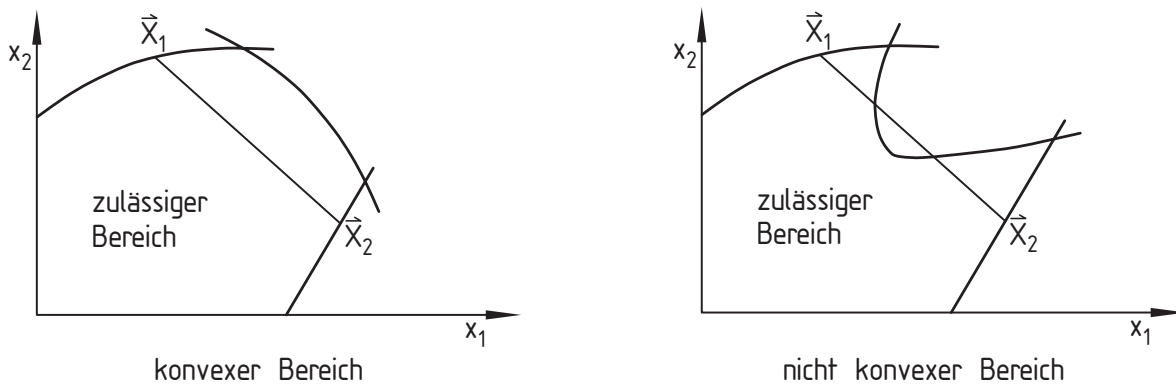


Abbildung 2.2: Konvexität von Lösungsräumen

Aus diesen Betrachtungen wird deutlich, dass bei impliziten Optimierungsaufgaben eine Verifikation der Konvexität meistens unmöglich ist, da die Positivdefinitheit der Hesse-Matrix für alle Funktionen bestenfalls nur für wenige Punkte nachweisbar ist. Daher ist von Nichtkonvexität und damit von der möglichen Existenz lokaler Minima auszugehen. Viele Sätze der mathematischen Optimierungsrechnung und der theoretischen Konvergenzbetrachtung von Algorithmen gelten aber nur für konvexe Probleme [9]. Ihre Umsetzung und Anwendbarkeit für nicht konvexe Aufgaben ist daher sorgfältig zu prüfen.

Aus den bisherigen Betrachtungen ergibt sich die Definition der Lösung der Optimierungsaufgabe: Ein zulässiger Vektor  $\vec{X}_{opt}$  heißt Lösung von Gleichungssystem (2.1)-(2.5), wenn in seiner Umgebung  $U$  kein weiterer zulässiger Vektor  $\vec{X}$  mit einem niedrigeren Zielfunktionswert existiert (vgl. [9]), also:

$$f(\vec{X}_{opt}) \leq f(\vec{X}) \quad \forall \vec{X} \in U \quad (2.7)$$

Kann die Umgebung  $U$  beliebig groß sein, also den ganzen Lösungsraum umfassen, so ist  $\vec{X}_{opt}$  die globale, ansonsten nur eine lokale Lösung.

In der Praxis begegnet man häufig auch sogenannten flachen Optima, in deren Nachbarschaft sich die Werte der Zielfunktion nur wenig ändert. Bei Aufgaben mit mehreren Veränderlichen ist dies durch den gegenläufigen Einfluss der Variablen möglich, die Vergrößerung einer Variablen führt durch Restriktionen zur Verkleinerung einer anderen, so dass sich die Zielfunktion nur wenig ändert.

Mathematische Kriterien, die eine sichere und eindeutige Identifikation des globalen Optimums erlauben, sind für allgemeine Optimierungsaufgaben nicht bekannt [5]. Für konvexe Probleme repräsentieren aber die Kuhn-Tucker-Bedingungen notwendige und hinreichende Optimalitätsbedingungen.

Zur Formulierung der Kuhn-Tucker-Bedingungen wird die Optimierungsaufgabe (2.1)-(2.5) als Lagrangefunktion geschrieben. Sie stellt eine Möglichkeit dar, Restriktionen und Zielfunktion in einer Funktion zu berücksichtigen. Die Funktion

$$L(\vec{X}, \vec{\lambda}) = f(\vec{X}) - \sum_{\alpha=1}^m \lambda_{\alpha} \cdot g_{\alpha}(\vec{X}) \quad (2.8)$$

mit

$$\lambda_{\alpha} \geq 0 \quad (2.9)$$

heißt Lagrangefunktion der nichtlinearen Optimierungsaufgabe (2.1)-(2.5).  $\lambda_{\alpha}$  sind die zu den Restriktionen gehörenden Lagrangeparameter. Die wesentliche Eigenschaft der Lagrangefunktion ist, dass ein Sattelpunkt von  $L$  gleichzeitig Lösung des zugehörigen Optimumproblems ist. Verdeutlicht werden soll dies an einer Optimierungsaufgabe, die nur eine Ungleichkeitsrestriktion enthält. Die zugehörige Lagrangefunktion lautet:

$$L(\vec{X}, \vec{\lambda}) = f(\vec{X}) - \lambda_1 \cdot g_1(\vec{X}) \quad (2.10)$$

Ein Sattelpunkt  $\vec{X}_{opt}, \vec{\lambda}_{opt}$  ist nach [12] wie folgt definiert:

$$L(\vec{X}_{opt}, \vec{\lambda}) \leq L(\vec{X}_{opt}, \vec{\lambda}_{opt}) \leq L(\vec{X}, \vec{\lambda}_{opt}) \quad (2.11)$$

Da  $\lambda_1 \geq 0$ , ist der linke Teil der Ungleichung (2.11) nur erfüllbar, wenn  $g_1(\vec{X}) \geq 0$  ist. Damit sorgt diese Ungleichung für die Zulässigkeit der gefundenen Lösung. Die rechte Ungleichung sorgt für ein Minimum von  $f$  an der Stelle  $\vec{X}_{opt}$ , da  $g_1(\vec{X}_{opt}) = 0$  [9]. Wäre  $g_1$  nicht Null, so wäre diese Restriktion im Optimum nicht aktiv und könnte für die Bestimmung des Optimums ignoriert werden.

Bei nichtkonvexen Aufgaben ist diese Sattelpunkteigenschaft hinreichend und nicht notwendig. Das heißt, dass in diesem Fall nicht zu jeder Lösung der Optimierungsaufgabe ein entsprechender Sattelpunkt der zugehörigen Lagrangefunktion existieren muss. Für konvexe Probleme ist die Eigenschaft notwendig und hinreichend, für die einzige Lösung  $\vec{X}_{opt}$  existiert genau ein Sattelpunkt mit  $\vec{X}_{opt}, \lambda_{opt}$ .

Die Kuhn-Tucker-Bedingungen sind notwendig für nichtkonvexe Probleme und notwendig und hinreichend für konvexe Aufgaben. Sei  $\vec{X}_{opt}$ , eine Lösung der Optimierungsaufgabe (2.1)-(2.5), dann gibt es ein  $\vec{\lambda}$ , so dass gilt [9, 12]:

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x_i} \right|_{\vec{x}_{opt}} = \sum_j \left. \frac{\partial g_j}{\partial x_i} \right|_{\vec{x}_{opt}} \cdot \lambda(j) \quad (2.12)$$

$$\text{und} \quad \sum_j g_j \cdot \lambda_j = 0 \quad (2.13)$$

Damit sind Optimalitätsbedingungen gefunden, die für konvexe und nichtkonvexe Problemstellungen hinreichend und notwendig sind. Gerade bei impliziten Problemstellungen ist die Überprüfung dieser Kriterien jedoch schwierig oder unmöglich, da die Ableitungen nicht direkt zur Verfügung stehen. Sie können bestenfalls näherungsweise über finite Differenzen bestimmt werden. Ist die Funktion unstetig, so ist an den Unstetigkeitsstellen gar keine Gradientenberechnung möglich. Darüber hinaus müssen die Lagrangeparameter als zusätzliche Optimierungsvariablen zur Überprüfung der Bedingungen bestimmt werden, was den Berechnungsaufwand weiter vergrößert.

### 2.1.2 Strukturmechanische Optimierung

Nach den mathematischen Grundlagen wird in diesem Unterkapitel die Optimierung aus strukturmechanischer Sicht diskutiert. Die Optimierung in der Strukturmechanik befasst sich mit der Anwendung der mathematischen Optimierung auf die Auslegung von Bauteilen, Tragwerken und mechanischen Systemen [9]. Die konstruktiv frei wählbaren Parameter wie Flächen, Dicken, Längen, Material und Form stellen die Optimierungsvariablen dar. Die Zielfunktion ist eine mathematisch beschriebene Eigenschaft der Struktur wie Masse, Spannung oder Lasten. Auch die Restriktionen sind mathematische Formulierungen des Strukturverhaltens. Die Optimierungsvariablen sind in der Regel beschränkt, da es zum Beispiel minimal und maximal zulässige Abmessungen gibt.

Grundsätzlich lassen sich alle strukturmechanischen Aufgaben im Rahmen von Optimierungen behandeln, sofern für sie zumindest eine näherungsweise Beschreibung möglich ist. Vielfach sind die Aufgaben jedoch stark nichtlinear oder die mathematische Beschreibung so eingeschränkt gültig, dass eine sinnvolle Optimierung nicht möglich ist. Sinnvoll ist in diesem Zusammenhang sowohl bezüglich der Rechenzeit zu verstehen als auch bezüglich des Ergebnisses. In Kapitel 3 wird gezeigt, dass bei ungenügenden mathematisch-physikalischen Beschreibungen die Ergebnisse einer Optimierung durch die Gültigkeit der Gleichungen bestimmt werden. In solchen Fällen ist nicht von einer optimalen Lösung zu sprechen, da es sicherlich noch bessere Ergebnisse gibt, falls eine genauere Beschreibung gefunden werden kann.

Diese Problematik tritt generell bei allen strukturmechanischen Optimierungen auf, da es keine universell gültige Beschreibung von Strukturen gibt. Es ist daher durch den Anwender sicherzustellen, dass die Beschreibung der Struktur ausreichend für die gewählte Optimierungsaufgabe ist. Darüber hinaus kann der Wunsch eine gewisse Struktur zu optimieren dazu führen, dass Schwächen der Beschreibung aufgezeigt bzw. deutlich gemacht werden. Die Optimierung von Schutzsystemen gegen Mikrometeoriten und Space Debris ist für Zweiwandsysteme mit den gängigen Gleichungen nicht möglich, da sie die Schilddicke nicht berücksichtigen (siehe Kapitel 3).

In Anlehnung an Baier [9] müssen folgende Dinge gegeben sein um eine mathematische Strukturoptimierung durchführen zu können:

- Die Zielfunktion und die Restriktionen müssen mathematisch formulierbar sein.
- Es müssen geeignete Algorithmen sowie deren rechentechnische Umsetzung bereitgestellt werden.
- Der Anwender muss Kenntnisse und Erfahrungen in den mathematischen und strukturellen Grundlagen und Methoden haben, um die Ergebnisse richtig interpretieren und Schwierigkeiten lösen zu können.

Aus diesen Gründen ist ersichtlich, dass eine „Black-Box“ Optimierung nicht sinnvoll sein kann, da der Anwender von wesentlichen Teilen des Optimierungsprozesses ausgeschlossen ist. Die Ergebnisse werden dadurch schwerer interpretierbar und Probleme werden unter Umständen gar nicht erkannt oder können nicht behoben werden.

Ein Bereich der strukturellen Optimierungen, der in den letzten Jahren starke Aufmerksamkeit erfahren hat, ist die Topologie- oder Formoptimierung mit Hilfe von finiten Elementen. Hierbei wird die Gestalt der Struktur durch Veränderung der Knotenkoordinaten und/oder der Eigenschaften der finiten Elemente verändert, um das Optimierungsziel unter Einhaltung der Randbedingungen zu erreichen [13, 14]. In dieser Arbeit werden Probleme optimiert, die sich mit Hilfe der FE-Methode nicht ausreichend genau berechnen lassen. Daher wird diese Art der Optimierung in dieser Arbeit nicht verfolgt. Aufgrund der hohen Bedeutung im Bereich der Strukturmechanik sollen einige Eigenschaften jedoch kurz beschrieben werden.

Durch die hohe Anzahl von Knoten in FE-Netzen ist es in der Regel nicht möglich jeden Knoten einzeln als Optimierungsvariable zu betrachten. Das Modell muss so parametrisiert werden, dass mehrere Knoten durch eine Optimierungsvariable beschrieben werden [9]. Zusätzlich müssen die Eigenschaften und Grenzen der finiten Elemente beachtet werden. So müssen Schalenelemente bestimmte Seitenlängenverhältnisse einhalten oder ihre Dicke muss deutlich kleiner als die Seitenlängen sein. Dies stellt eine Einschränkung für die Lage und Lageveränderung der Knoten dar. Ein anderer Ansatz ist die Variation der geometrischen oder physikalischen Eigenschaften der Elemente. So kann die Dichte der Elemente verringert werden um Aussparungen abzubilden. Unterhalb einer gewissen Schwelle werden dann im Ergebnis die Elemente als nicht vorhanden gewertet, so dass eine Struktur mit Aussparung aus einem Vollquerschnitt entsteht [13, 14]. Dadurch wird bereits die Komplexität der Optimierungsaufgabe deutlich. Dieser Bereich wird jedoch aufgrund der großen Bedeutung und der Leistungsfähigkeit der FE-Methode intensiv untersucht. Eine gute Zusammenfassung der Entwicklungen der letzten Jahre findet sich bei Eschenauer und Olhoff [14].

### 2.1.3 Sensitivitätsanalyse

Bei der Optimierung realistischer Strukturen werden sehr schnell die Grenzen der Rechenkapazität erreicht. Obwohl sich diese nach dem Moore'schen Gesetz alle 18 Monate verdoppelt [7, 8], reicht sie selten aus, um so komplexe Systeme wie die Struktur eines Flugzeuges zu optimieren. In dieser Situation kommt der Auswahl der Optimierungsvariablen eine große Bedeutung zu. Es ist offensichtlich nicht sinnvoll alle möglichen Größen, die einen Einfluss auf die Zielfunktion und die Restriktionen haben, variabel zu halten. Einige, z. B. das Material, können von außen festgelegt sein. Andere haben einen so geringen Einfluss auf die Zielfunktion, dass sie festgehalten werden können, ohne größere Einbußen für das Ziel der

Optimierung zu verursachen. Mit einer gezielten Auswahl der relevanten und geeigneten Optimierungsvariablen kann somit der Rechenaufwand deutlich reduziert werden.

Zur Auswahl der Optimierungsvariablen wird häufig auf das Wissen und die Kenntnisse der optimierenden Person zurückgegriffen. Dieses wichtige Hilfsmittel kann zusätzlich durch eine Sensitivitätsanalyse unterstützt werden. Bei komplexen Systemen ist der Mensch oft nicht in der Lage sie in ihre Gesamtheit zu überblicken. Durch die Bereitstellung von quantitativen Aussagen kann die Sensitivitätsanalyse Unterstützung bieten.

In einer Sensitivitätsanalyse werden ausgewählte oder alle möglichen Parameter um einen Referenzpunkt herum variiert. Dies geschieht in der Regel sukzessiv, d. h., alle bis auf einen untersuchten Parameter werden festgehalten und der Einfluss der Variation dieses Parameters untersucht [15]. Anschließend wird der nächste Parameter variiert und so weiter. Das Vorgehen ähnelt der Ableitungsapproximation mittels finiter Differenzen. In dieser Arbeit wird die Sensitivität einer Funktion bezüglich einer Variablen wie folgt definiert:

$$S_{\text{Variable}} = \frac{f(\text{Variation der Variablen}) - f(\text{Referenz})}{f(\text{Referenz})} \quad (2.14)$$

Zunächst stellt sich die Frage, wie groß die Variation der Variablen sein soll. Es macht keinen Sinn, bei stark nichtlinearen Funktionen über einen großen Bereich zu variieren, da die Linearisierung nur in der Umgebung des Referenzpunktes gültig ist. In der Regel sollte eine Veränderung um 1 – 5% verwendet werden. Diese kann entweder auf den Wert der Variablen am Referenzpunkt oder auf das erlaubte Intervall der Variablen bezogen werden. Letzteres ist nur sinnvoll, sofern obere und untere Grenzen der Variablen vorhanden sind.

Die Richtung der Variation ergibt sich aus der Optimierungsvariablen. Wird beispielsweise die Masse einer Struktur minimiert, so ist davon auszugehen, dass am Referenzpunkt die Masse größer als die minimale ist. Dann sollten die Variablen so verändert werden, dass sie zu einer Verringerung der Masse führen.

Bei Variablen, die nur diskrete Werte annehmen dürfen, ist eine Sensitivitätsanalyse nur bedingt sinnvoll. Wird die Auswahl des Materials mittels einer Variablen gesteuert, so ergibt eine Variation keine sinnvollen Aussagen bezüglich der Zielfunktion, da bei einer weiteren Variation ein anderes, weniger und stärker einflussreiches Material ausgewählt werden könnte. Andererseits könnten Bauteildicken in diskreten Stufen erlaubt sein um lieferbare Rohbauteile verwenden zu können. Hier ist eine Sensitivitätsanalyse durchaus sinnvoll, wenn die Menge der erlaubten Dicken geordnet ist.

Neben der offensichtlichen Anwendung der Sensitivitätsanalyse auf die Zielfunktion ist auch eine Untersuchung der Restriktionen sinnvoll. Dies soll an einem Beispiel verdeutlicht werden. Zu minimieren ist die Masse eines rechteckigen Stabes. Als Optimierungsvariablen stehen die beiden Seitenlängen  $a$  und  $b$  mit  $a < b$  des Querschnitts zur Verfügung. Als Nebenbedingung ist eine minimale Knicklast einzuhalten. Die relevante Knicklast berechnet sich nach Euler [2] zu:

$$P_{kr} = \pi^2 \frac{Eba^3}{12l^2} \quad (2.15)$$

Werden beide Variablen um 1% ihres Wertes erhöht, so ergibt sich für beide eine Sensitivität der Zielfunktion (Masse) von  $S = 0,01$ . Für eine Verringerung ergibt sich  $S = -0,01$ .

Daraus scheint sich zunächst zu ergeben, dass beide Variablen gleich gut für die Optimierung geeignet sind.

Wird der Einfluss auf die Restriktion, also die Knicklast, untersucht, so ergibt sich für eine Erhöhung der Variablen:

$$S_a = \frac{1,01^3 - 1}{1} = 0,03 \quad (2.16)$$

$$S_b = 0,01 \quad (2.17)$$

Nun sind drei Fälle zu unterscheiden:

1. die Knicklast liegt oberhalb der geforderten  $\Rightarrow$  die Masse kann verringert werden
2. die Knicklast liegt unterhalb der geforderten  $\Rightarrow$  die Masse muss erhöht werden
3. die Knicklast ist mit der geforderten identisch

Im ersten Fall ist  $b$  die bessere Optimierungsvariable, da sie stärker verringert werden kann, bis die geforderte Knicklast erreicht wird. Im zweiten Fall ist  $a$  die geeignetere Variable, da sie weniger erhöht werden muss um die Randbedingung zu erfüllen. Im dritten Fall ist eine Verringerung der Masse nur dann zu erreichen, wenn beide Variablen geändert werden. Wird  $a$  um 1% erhöht und  $b$  um 3% verringert, so ändert sich die Knicklast nicht, die Masse sinkt jedoch um 2%. Selbstverständlich gelten diese Betrachtungen nur, solange  $a < b$  gilt, da sich andernfalls die zweite Knickform als kritische einstellen würde.

Dieses einfache Beispiel zeigt, wie die Sensitivitätsanalyse sowohl für Ziel als auch für Restriktionsfunktionen eingesetzt werden kann um geeignete Variablen zu identifizieren. Neben der Auswahl von Variablen kann dieses Vorgehen in verallgemeinerter Form zur Entwicklung eines Optimierungsalgorithmus verwendet werden, wie es in Kapitel 2.2.1.3 beschrieben wird.

## 2.1.4 Zielfunktion

Aus den vorangegangenen Ausführungen ist bereits klar geworden, dass der Wahl der Zielfunktion eine entscheidende Rolle zukommt. Bei der Betrachtung eines Optimierungsproblems erscheint diese Wahl zumeist offensichtlich. Es ist jedoch zu beachten, dass die mathematische Formulierung der Zielfunktion nicht einfach sein muss. Die Berechnung der maximalen Spannung einer beliebigen Struktur ist nur näherungsweise möglich, zumeist mit Hilfe der finiten Elemente Methode. Soll die Masse minimiert werden, so ist deren Berechnung meist einfach.

Die mathematische Formulierung der Zielfunktion hat direkte Konsequenzen für die Optimierung. Nur die Variablen, die direkt oder indirekt in die Zielfunktion eingehen, können optimiert werden.

Im Falle der Massentheorie können sich ebenfalls Probleme ergeben, wie bei der Optimierung von Schutzsystemen in Kapitel 3 genauer erläutert werden wird. An dieser Stelle soll nur erwähnt werden, dass der Abstand zwischen zwei Wänden eines Mehrwandsystems eine wichtige Größe bei der Schutzwirkung darstellt. Die Erfassung der Auswirkung eines veränderten Abstands auf die Masse ist jedoch schwer zu erfassen, da es verschiedene Konstruktionsweisen gibt, die in der Literatur nur qualitativ beschrieben sind [16].



Zu Beginn einer Optimierung sollte daher die Zielfunktion und ihre mathematische Formulierung genau betrachtet werden, um die Auswirkung auf die Ergebnisse abzuschätzen. So können Schwierigkeiten im Vorfeld vermieden werden. Selbstverständlich gelten diese Überlegung auch für die Formulierung der Restriktionen. Ebenfalls im Kapitel zur Optimierung von Schutzsystemen wird gezeigt, dass eine Optimierungsvariable die in einer aktiven Restriktion nicht berücksichtigt wird, zu unsinnigen Ergebnissen führen kann.

## 2.2 Optimierungsalgorithmen

Der Begriff des Algorithmus wird dem Gebiet der praktischen Mathematik zugeordnet. Darunter wird ein Satz von Regeln oder Anweisungen verstanden, um von einem gegebenen Anfangszustand zu einem bestimmten Endzustand zu kommen. Die einzelnen Schritte sind dabei genau definiert, so dass eine Übersetzung in eine Programmiersprache und die Ausführung auf einem Rechner möglich ist. Algorithmen sind im Allgemeinen determiniert, können aber auch zufallsgesteuerte Elemente enthalten.

Das Grundkonzept von Optimierungsalgorithmen wird in [9] wie folgt angegeben:

1. Lege einen Startvektor  $\vec{X}_k$  fest; setze den Iterationsschritt  $k = 1$
2. Ermittle einen Änderungsvektor  $\Delta\vec{X}_k$ , der  $\vec{X}_k$  im Sinne der Optimierungsaufgabe verbessert. Dazu sind Auswertungen von Zielfunktion und Restriktionen erforderlich.
3. Bilde  $\vec{X}_{k+1} = \vec{X}_k + \Delta\vec{X}_k$
4. Überprüfe ein Abbruchkriterium: falls nicht erfüllt:  $k = k + 1$ ; gehe zu (2)
5. Lösungsvektor  $\vec{X}_{opt} = \vec{X}_{k+1}$

Algorithmen unterscheiden sich vornehmlich im Punkt 2, bei der Ermittlung des Änderungsvektor. Sie sollten möglichst schnell und zuverlässig die Lösung finden. Bei der Beurteilung des Konvergenzverhaltens sind folgende Begriffe wichtig:

- Der Konvergenzbereich bezeichnet den Teil des Lösungsraumes, in dem der Startvektor liegen muss, damit der Algorithmus gegen den optimalen Wert  $X_{opt}$  konvergiert.
- Die Konvergenzrate  $p_{konv}$  ist definiert als

$$p_{konv} = \lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{e_{k+1}}{e_k} \right| < 1 \quad (2.18)$$

Dabei stellt  $e_k$  ein Fehlermaß dar:

$$e_k = \left\| \vec{X}_{opt} - \vec{X}_k \right\| \quad (2.19)$$

Die Beurteilung von Optimierungsalgorithmen wird in der Praxis zum einen durch die Zuverlässigkeit und die Größe des Konvergenzbereiches zum anderen durch die benötigte Rechenzeit bestimmt.

Im Folgenden werden typische Strategien zur Lösung von Optimierungsproblemen vorgestellt und auf einige für diese Arbeit interessante Algorithmen wird näher eingegangen.

### 2.2.1 Suchverfahren

Algorithmische Optimierungsverfahren, die den Variablenvektor ausschließlich auf der Grundlage der Zielfunktionswerte verändern, werden als Suchverfahren bezeichnet.

#### 2.2.1.1 Vollständige Enumeration

Das einfachste Beispiel dieses Vorgehens ist die sogenannte vollständige Enumeration oder Exhaustive Search. Dabei wird das Suchgebiet mit einem Gitter überzogen und an jedem Punkt dieses Gitters die Zielfunktion ausgewertet. Die Ergebnisse werden gespeichert und anschließend das Beste ausgewählt. Ein Nachteil dieser Methode ist der sehr hohe Rechenaufwand, da viele unnötige Punkte ausgewertet werden müssen. Des Weiteren ist die Genauigkeit des Verfahrens durch die Gittergröße begrenzt.

#### 2.2.1.2 Hooke-Jeeves-Verfahren

Für mehrdimensionale Optimierungsaufgaben wurde das Verfahren der sukzessiven Variation und das Hooke-Jeeves-Verfahren [17] entwickelt. Bei der ersten Methode wird in allen Koordinatenrichtungen gesucht und der beste neue Punkt übernommen, danach beginnt die Suche an diesem Punkt neu. Das Hooke-Jeeves-Verfahren ist nicht an Koordinatenrichtungen gekoppelt. Die Suchrichtung wird der Kontur der Zielfunktion angepasst um eine höhere Effizienz zu erhalten. Dabei werden die Informationen über die Zielfunktion, die aus den vorangehenden Iterationsschritten gewonnen wurden, genutzt.

Das Schema besteht aus „Tastschritten“ zur Informationsgewinnung und extrapolierten „Vorwärtsschritten“. Bei einem Tastschritt wird, von einem Vektor  $\vec{X}_k$  ausgehend, der Reihe nach jede Koordinatenrichtung  $x_i$  um die Schrittweite  $s_i$  verändert. Hiernach wird die Zielfunktion ermittelt. Ist sie kleiner, so wird  $x_i + s_i$  beibehalten, bei einer Verschlechterung wird  $x_i - s_i$  überprüft. Sind beide Möglichkeiten schlechter, wird der Wert  $x_i$  unverändert belassen. Anschließend wird die nächste Koordinatenrichtung  $i+1$  in der gleichen Weise bearbeitet, wobei die Schrittweite  $s_{i+1}$  eine andere sein kann. Nachdem alle Koordinatenrichtungen abgearbeitet sind, erhält man den Ergebnisvektor  $\vec{X}_{ka}$ . Wird kein besserer Punkt gefunden, das heißt  $\vec{X}_{ka} = \vec{X}_k$ , so wird die Schrittweite so lange verkleinert, bis ein Abbruchkriterium unterschritten oder eine Verbesserung gefunden wird. Mit dem gefundenen besseren Vektor wird dann ein Vorwärtsschritt durchgeführt, dabei werden die Koordinaten noch einmal um die jeweilige Schrittweite erhöht. Es gilt:

$$\vec{X}_{ke} = 2 \cdot \vec{X}_{ka} - \vec{X}_k \quad (2.20)$$

Am neu bestimmten Punkt  $\vec{X}_{ke}$  wird dann erneut ein Tastschritt durchgeführt. Der gesamte Algorithmus ist im Folgenden dargestellt [9, 17]:

1. Wähle einen Startvektor  $\vec{X}_k$  und Änderungsgrößen  $s_i$ ,  $i = 1 \dots n$
2. Führe von  $\vec{X}_k$  einen Tastschritt (A) aus, Ergebnisvektor  $\vec{X}_{ka}$
3. Prüfe:  $f(\vec{X}_{ka}) \geq f(\vec{X}_k)$   
Wenn ja: gehe zu 8.

4. Vorwärtsschritt:  $\vec{X}_{ke} = 2 \cdot \vec{X}_{ka} - \vec{X}_k$   
 $s_i = s_i \text{sign}(\vec{X}_{ka} - \vec{X}_k)$  für alle  $i = 1 \dots n$
5. Führe von  $\vec{X}_{ke}$  einen Tastschritt (B) aus; Ergebnisvektor  $\vec{X}_{kb}$
6. Prüfe:  $f(\vec{X}_{kb}) \geq f(\vec{X}_{ka})$  wenn ja:  $\vec{X}_k = \vec{X}_{ka}$  ; gehe zu 9.
7. Prüfe:  $|x_{i,kb} - x_{i,ka}| \leq \frac{s_i}{2}$  für alle  $i = 1 \dots n$   
 wenn ja:  $\vec{X}_k = \vec{X}_{ka}$  ; gehe zu 8.  
 wenn nein:  $\vec{X}_k = \vec{X}_{ka}$  ;  $\vec{X}_{ka} = \vec{X}_{kb}$  ; gehe zu 4.
8. Prüfe:  $|s_i| < \varepsilon$   
 wenn ja: Stopp  
 wenn nein:  $s_i = s_i/2$
9.  $k = k + 1$ ; gehe zu 2.

Zu erläutern ist noch Schritt 7. Dabei wird überprüft, ob sich  $\vec{X}_{kb}$  beim zweiten Tastschritt genau zurück in Richtung  $\vec{X}_{ka}$  bewegt hat. Ist dies der Fall, so wird überprüft, ob die Abbruchbedingung erfüllt ist, und dann ggf. ein neuer Iterationsschritt begonnen. Ist es nicht der Fall, so kann mit den entsprechenden Umbenennungen ein neuer Vorwärtsschritt gemacht werden.

Der Algorithmus für den Tastschritt lässt sich wie folgt angeben:

1.  $i = 0$ ;  $\vec{X}_c = \vec{X}$
2.  $x_{c,i} = x_i + s_i$
3. Prüfe:  $f(\vec{X}_c) \leq f(\vec{X})$   
 wenn ja: gehe zu 6.
4.  $x_{c,i} = x_i - s_i$
5. Prüfe:  $f(\vec{X}_c) \leq f(\vec{X})$   
 wenn nein:  $x_{c,i} = x_i$
6. Prüfe  $i = n$   
 wenn nein:  $i = i + 1$ ;  $\vec{X} = \vec{X}_c$ ; gehe zu 2.
7. das Ergebnis des Tastschrittes ist  $\vec{X}_c$ ; Stopp

Dieser Algorithmus ist gegenüber dem in [9] angegebenen im Punkt 6 verändert. Die Anweisung  $\vec{X} = \vec{X}_c$  bewirkt, dass für die nachfolgenden Koordinaten der gerade gefundene bessere Punkt mit Änderungen in den Koordinaten  $1 \dots i$  als Referenz für eine Verbesserung gewählt wird. Dies hat gegenüber der alten Version den Vorteil, dass die Koordinatenrichtungen nicht entkoppelt betrachtet werden.

### 2.2.1.3 Sensitivitätsalgorithmus

Aus den Überlegungen zur Sensitivitätsanalyse in Kapitel 2.1.3 lässt sich ein weiterer Suchalgorithmus ableiten. Dabei wird an jedem Punkt eine Sensitivitätsanalyse bezüglich der Zielfunktion und der Restriktionen durchgeführt. Damit kann die Richtung bestimmt werden, in der die größte Verringerung der Zielfunktion bei gleichzeitig geringster Verschlechterung der Restriktion erzielt wird. Dies ist insbesondere dann von Vorteil, wenn die Restriktionen strukturelle Art sind. Soll z. B. die Masse einer Struktur minimiert werden und darf gleichzeitig die Versagenslast einen bestimmten Wert nicht unterschreiten, so ist die Richtung gesucht, bei der die Masse mit geringer Verringerung der Versagenslast reduziert wird.

Wie bei der Sensitivitätsanalyse gezeigt wurde, ist die Richtung mit der größten Verringerung der Zielfunktion nicht notwendigerweise die günstigste Richtung, da sie sehr ungünstig bezüglich der Restriktionen sein kann. Deshalb ist die Richtung, die dieser Algorithmus wählt, diejenige mit dem kleinsten Kostenverhältnis:

$$CR = \frac{S_{\text{Restriktion}}}{S_{\text{Zielfunktion}}} \quad (2.21)$$

Für den Fall, dass die Optimierung an einer Restriktion angekommen ist, also diese Restriktion aktiv ist, kann das Kostenverhältnis verwendet werden um zwei Variablen gleichzeitig zu verändern. Es wird dann die Variable mit dem größten Kostenverhältnis erhöht. Dies ergibt eine kleine Verschlechterung der Zielfunktion bei einer großen Verbesserung der Restriktion. Gleichzeitig wird die Variable mit dem kleinsten Kostenverhältnis so geändert, dass die Restriktion wieder aktiv ist. In Abhängigkeit von den Sensitivitäten kann so eine Verbesserung der Zielfunktion aus einem lokalen Optimum erzielt werden.

Eine aktive Restriktion ist bei optimalen Konfigurationen strukturelle Probleme oft zu erwarten. Bei Massenoptimierung mit vorgegebener Minimalversagenslast, wird das Optimum diesen Minimalwert als Versagenslast haben. Wegen der Linearisierung, die der Sensitivitätsanalyse zu Grunde liegt, funktioniert dieses Vorgehen nur für kleine Veränderungen. Damit können keine Verbesserungen erzielt werden, deren Variablenvektor in anderen Bereichen des Suchraumes liegen.

Die bisherigen Überlegungen gelten für den Fall, dass nur eine Restriktion vorhanden ist. Gibt es mehrere, so kann das Kostenverhältnis für jede einzelne Restriktion und Variable bestimmt werden. Anschließend muss nicht nur das minimale bzw. maximale Kostenverhältnis bezüglich der Variablen bestimmt werden sondern auch bezüglich der unterschiedlichen Restriktionen. Für den Teil des Algorithmus, bei dem zwei Variablen geändert werden, muss zudem sichergestellt werden, dass beide zu ändernden Variablen auf Grund des Kostenverhältnisses bezüglich der gleichen Restriktion gewählt werden.

Diese Überlegungen können in einem zweistufigen Algorithmus zusammengefasst werden:

#### Stufe 1

1. Entsperre alle Variablen.
2. Führe eine Sensitivitätsanalyse für alle Variablen bezüglich Zielfunktion und Restriktionen durch.

3. Wähle die Variable mit dem kleinsten Kostenverhältnis aus und ändere sie um eine Schrittweite.
4. Überprüfe, ob eine zulässige Verbesserung erzielt wurde, wenn nein, verringere die Schrittweite und wenn die Schrittweite größer oder gleich der minimalen ist, gehe nach 3., sonst sperre diese Variable für weitere Verbesserungsversuche.
5. Wenn noch ungesperrte Variablen vorhanden sind, gehe zu 2.

### Stufe 2

6. Entsperre alle Variablen.
7. Führe eine Sensitivitätsanalyse für alle Variablen bezüglich Zielfunktion und Restriktionen durch.
8. Wähle die Variable mit dem geringsten und größten Kostenverhältnis aus.
9. Verringere die Variable mit dem kleinsten und vergrößere die Variable mit dem größten Kostenverhältnis, so dass die Restriktion sich nicht ändert.
10. Prüfe, ob eine zulässige Verbesserung gefunden wurde, wenn nein, sperre diese beiden Variablen
11. Wenn noch ungesperrte Variablen vorhanden sind, gehe zu 7.
12. Wenn Verbesserungen erzielt wurden, gehe zu 1.

Offensichtlich ist dieser Algorithmus deutlich rechenaufwändiger als die zuvor behandelten Suchalgorithmen, da in jedem Schritt eine Sensitivitätsanalyse nötig ist. Da die Anzahl der Berechnungen von der Anzahl der Variablen und Restriktionen abhängt, wird dieser Algorithmus mit steigender Anzahl an Variablen und Restriktionen weniger effektiv sein.

#### 2.2.1.4 Weitere Suchverfahren

Weitere Suchstrategien sind das Bisektions- und das Fibonacci-Verfahren, sowie die Methode des Goldenen Schnitts. Es handelt sich hierbei um Eliminations- und Interpolationsverfahren, die besonders für univariante Anwendungen geeignet sind. Als Beispiel sei hier der Goldene Schnitt erläutert.

Der Goldene Schnitt, wie auch die anderen genannten Verfahren, verkleinert das Intervall, in dem das gesuchte Minimum liegt, mit jedem Schritt. Voraussetzung dafür ist, dass die Funktion unimodal ist [18]. Die Definition dafür ist [10]:

Eine Funktion  $f(\vec{X})$  ist unimodal im Intervall  $[\vec{A}, \vec{B}]$ , falls es genau ein  $\vec{X}_*$  gibt, so dass für  $\vec{X}_1, \vec{X}_2 \in [\vec{A}, \vec{B}]$  und  $\vec{X}_1 < \vec{X}_2$  gilt:

$$\begin{aligned}\vec{X}_2 < \vec{X}_* &\Rightarrow f(\vec{X}_1) > f(\vec{X}_2) \quad \text{und} \\ \vec{X}_1 > \vec{X}_* &\Rightarrow f(\vec{X}_1) < f(\vec{X}_2)\end{aligned}\tag{2.22}$$

Aufgrund des Vergleichs von zwei Funktionswerten lässt sich damit bestimmen, in welchem Intervall das gesuchte Minimum liegt. Mithilfe von Abbildung 2.3 kann dies veranschaulicht werden.

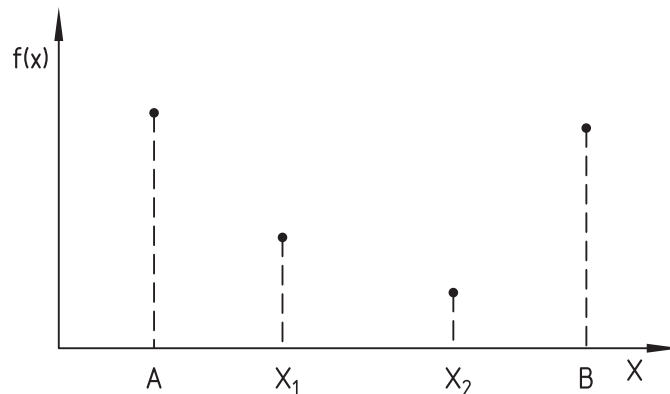


Abbildung 2.3: Intervallreduktion einer unimodalen Funktion

Im gezeigten Fall ist  $f(\vec{X}_1) > f(\vec{X}_2)$ . Dies bedeutet, dass sich das gesuchte Minimum im Intervall  $[\vec{X}_1, \vec{B}]$  befindet. Eine wichtige Bedeutung für die Effizienz eines solchen Schnittverfahrens hat die Auswahl der Punkte  $\vec{X}_1$  und  $\vec{X}_2$ .

Wenn  $L$  die Länge des Ursprungsintervalls ist, so werden bei der Methode des Goldenen Schnitts  $\vec{X}_1$  und  $\vec{X}_2$  wie folgt gewählt:

$$\vec{X}_1 = (1 - \tau_{GS}) \cdot L + \vec{A} \quad (2.23)$$

$$\vec{X}_2 = \tau_{GS} \cdot L + \vec{A} \quad (2.24)$$

Dabei ist  $\tau$  definiert durch die Gleichung (vgl. [9]):

$$\tau_{GS}^2 + \tau_{GS} - 1 = 0 \quad (2.25)$$

Der Wert von  $\tau_{GS}$  ist  $\frac{1}{2}(\sqrt{5} - 1) \approx 0,618$  und folglich ist  $(1 - \tau_{GS}) \approx 0,382$ . Mithilfe der in Gleichung (2.22) gegebenen Kriterien lässt sich das neue Intervall bestimmen. Es ist entweder  $[\vec{A}, \vec{X}_2]$  oder  $[\vec{X}_1, \vec{B}]$ . Eine solche Aufteilung des Intervalls hat den großen Vorteil, dass der Zwischenpunkt ( $\vec{X}_1$  bzw.  $\vec{X}_2$ ), der nicht als neue Intervallgrenze dient, im neuen Intervall wiederum ein Zwischenpunkt ist. Dadurch wird ab dem zweiten Iterationsschritt eine Funktionsberechnung eingespart. Die Rechenzeit sinkt dadurch erheblich.

Beispielhaft werde als Ursprungsintervall das Intervall  $[0; 1]$  betrachtet. Die Zwischenpunkte liegen dann bei 0,382 und 0,618. Nach der Funktionsberechnung stelle sich das Intervall  $[0; 0,618]$  als dasjenige heraus, in welchem das Minimum liegt. In diesem neuen Intervall sind die Zwischenpunkte 0,236 und 0,382. Der Funktionswert des zweiten Zwischenpunktes wurde aber schon im vorherigen Iterationsschritt ermittelt.

### 2.2.2 Approximationsverfahren

Wenn der numerische Aufwand für die Bestimmung der Zielfunktion und ihrer Ableitungen sehr groß ist, können Verfahren angewandt werden, die die Zielfunktion approximieren.

Dieses wird mithilfe einiger weniger Punkte der Zielfunktion gemacht. Damit liegt dann eine durch einfache analytische Gleichungen beschriebene Ersatzzielfunktion vor, die eine schnelle numerische Optimierung erlaubt. Es muss allerdings von dem gefundenen Extrempunkt der Ersatzzielfunktion eine erneute Optimierung durchgeführt werden, um den Approximationsfehler zu minimieren. Besonders effektiv ist dieses Verfahren, wenn Ziel- und Ersatzzielfunktion ähnliche Eigenschaften haben. Dies wäre beispielsweise gegeben, wenn die Zielfunktion ein Polynom ist, welches durch ein weiteres Polynom niedrigerer Ordnung angenähert wird. Problematisch sind hingegen Approximationen unstetiger Funktionen, da sich die Unstetigkeiten nur schlecht in der Ersatzzielfunktion abbilden lassen. Zudem sind bei solchen Verfahren die Ungenauigkeiten, die durch die Näherung entstehen, zu beachten, und es ist sicherzustellen, dass diese in einem akzeptablen Rahmen bleiben. Methoden, die mit einer Näherung der Zielfunktion arbeiten, sind zum Beispiel sequenzielle lineare Programmierung und die sequenzielle konvexe Approximation.

### Sequential Linear Programming

Beim Sequential Linear Programming (SLP) werden sowohl die Restriktionen als auch die Zielfunktion am aktuellen Punkt linearisiert. Mit Hilfe des Simplex-Verfahrens [19] können solche linearen Probleme sehr effektiv gelöst werden. An der so gefundenen Zwischenlösung wird dann die Optimierungsaufgabe erneut linearisiert und der Prozess wiederholt.

## 2.2.3 Gradientenverfahren

Gradientenverfahren benötigen zur Variation des Variablenvektors Ableitungen der Zielfunktion. Sie werden zur Optimierung unrestringierter, ein- oder mehrdimensionaler Probleme seit den ersten Untersuchungen hierzu von Cauchy eingesetzt [18]. Es wurde eine Reihe von Verfahren entwickelt, die zur Modifikation des Variablenvektors die erste Ableitung benutzen (Methode des steilsten Abstiegs, Methode der konjugierten Gradienten). Daneben wurden Methoden entwickelt, die auch die Informationen der zweiten Ableitung nutzen (beispielsweise die verschiedenen Newton-Verfahren). Diese Verfahren weisen sehr gute Konvergenzeigenschaften auf. Zur Berechnung der Ableitungen muss die Zielfunktion entweder analytisch vorliegen, damit auch die Ableitungen analytisch bestimmbar sind, oder die Ableitungen müssen numerisch angenähert werden, z. B. durch die Methode der finiten Differenzen. Dabei wird für die Berechnung der ersten Ableitung mit einem links- oder rechtsseitigen Differenzenquotienten neben dem Funktionswert am untersuchten Punkt noch ein zusätzlicher Wert benötigt, ohne dass mit dieser einfachen Berechnungsmethode eine gute Genauigkeit zu erzielen ist. Hieraus wird klar, dass die Gradientenverfahren in der strukturellen Optimierung nur selten sinnvoll eingesetzt werden können. Die Zielfunktion liegt nicht analytisch vor und die Berechnung der Ableitungen benötigt ein so hohes Maß an Rechenzeit, dass die Vorteile durch gute Konvergenzeigenschaften mehr als aufgehoben werden.

### 2.2.3.1 Methoden des steilsten Abstiegs und der konjugierten Richtungen

Als einfaches Beispiel sei hier die Methode des steilsten Abstiegs erläutert. Die erste Ableitung (Gradientenvektor) gibt per definitionem die Richtung des steilsten Anstiegs an [9]. Wird sie mit -1 multipliziert, so weist sie, eine stetige Funktion voraussetzend, in Richtung

des steilsten Abstiegs. In dieser Richtung kann dann eine feste, sukzessiv kleiner werdende oder eine mit jedem Schritt zu optimierende Schrittweite gewählt werden. Damit hat man den nächsten Punkt gefunden, an dem die Prozedur wiederholt wird, bis ein Konvergenzkriterium erfüllt ist.

Ein weitere Verbesserung der Methode des steilsten Abstiegs kann durch die Verwendung der Gradienteninformationen aus den vorangegangenen Schritten erzielt werden [20]. Bei der Methode der konjugierten Richtungen wird die Suchrichtung  $\vec{s}$  berechnet mit:

$$\vec{s}_{k+1} = -\nabla f_k + \frac{|\nabla f_k|^2}{|\nabla f_{k-1}|^2} \vec{s}_k \quad (2.26)$$

Dabei ist  $-\nabla f_k$  die Richtung des steilsten Abstiegs am derzeitigen Punkt. Die Effektivität kann so teilweise noch deutlich gesteigert werden [9].

### 2.2.3.2 Newton-Verfahren

Durch die Berücksichtigung der zweiten Ableitung kann die Bestimmung der Suchrichtung weiter verbessert werden. Diese sogenannten Newton-Verfahren oder auch second-order Methoden entwickeln die Zielfunktion am aktuellen Punkt in einer Taylorreihe:

$$F(\vec{s}) = f_k + \nabla f_k^T \cdot \vec{s} + \frac{1}{2} \vec{s}^T \cdot H_k \cdot \vec{s} \quad (2.27)$$

Dabei ist  $H$  die Hesse Matrix am aktuellen Punkt. Die Funktion  $F$  bildet bezüglich  $\vec{s}$  ein Minimum, wenn die folgende Gleichung erfüllt ist:

$$H_k \cdot \vec{s} = -\nabla f_k \quad (2.28)$$

Das Minimum ist dann die Suchrichtung, die den steilsten Abstieg bietet. Ist die Hesse Matrix bestimmbar, so ist Gleichung (2.28) ein lineares Gleichungssystem. Obwohl dessen Lösung keine Schwierigkeit darstellt, ist der Rechenaufwand für Newton-Verfahren sehr hoch. Der Rechenaufwand verhält sich quadratisch [9] im Vergleich zur Berechnung der ersten Ableitungen und das lineare Gleichungssystem muss zusätzlich gelöst werden. Eine Möglichkeit den Rechenaufwand zu reduzieren, stellt die Approximation der Einträge der Hesse Matrix mit Differenzenquotienten dar. Das so modifizierte Verfahren wird quasi-Newton-Verfahren genannt.

### 2.2.4 Direkte Verfahren

Bei diesen Verfahren wird die Optimierungsaufgabe ohne den Umweg über Straffunktionen direkt gelöst. Um die Suchrichtung zu finden kommen hierbei nur Algorithmen in Frage, die für Aufgaben mit Nebenbedingungen geeignet sind. In den siebziger und achtziger Jahren des zwanzigsten Jahrhunderts sind einige Verfahren entwickelt worden, die dies leisten [9]. Dabei wurde zum Teil eine höhere Effizienz erreicht, als bei den indirekten Verfahren.



### 2.2.4.1 Methode der möglichen Richtungen

Ein solches Vorgehen ist die Methode der zulässigen Richtungen (MFD - Method of Feasible Directions) [21]:

Dem Schema liegt die Aufgabe zu Grunde eine Suchrichtung zu finden, die die folgenden zwei Eigenschaften aufweist: Erstens soll die Zielfunktion verkleinert werden (Brauchbarkeit), und zweitens dürfen durch die Restriktionen nicht verletzt werden (Zulässigkeit). Die Brauchbarkeit ist durch die Bedingung

$$\nabla f^T \cdot s \leq 0 \quad (2.29)$$

definiert, wobei  $s$  die Suchrichtung ist.

Die Zulässigkeit wird durch die Forderung

$$\nabla d = g^T \cdot s \geq 0 \quad (2.30)$$

gewährleistet, dabei sind  $g$  alle aktiven Restriktionen.

Der Bereich, in dem sich zulässiger und brauchbarer Bereich überschneiden, wird zulässig-brauchbarer Bereich genannt. Diejenige Suchrichtung, welche die Zielfunktion am meisten verbessert, verläuft tangential zur Grenze des zulässigen Bereichs. Da aber die Restriktionen häufig nicht konvex sind, führt diese Richtung oft zu Verletzungen der Restriktionen. Daher muss die Suchrichtung durch einen Push-Off-Factor davon „weggedrückt“ werden. Die Bestimmung dieses Faktors kann durch eine eigene Optimierung erfolgen (siehe auch [9]). Anschließend muss noch die Schrittweite ermittelt werden und der neue Variablenvektor bestimmt werden.

Andere direkte Verfahren sind die generalisierte Methode der reduzierten Gradienten (GRGM), die sequenzielle quadratische Programmierung und die modifizierte Methode der zulässigen Richtungen, welche die Vorteile der MFD und GRGM kombiniert.

### 2.2.4.2 Sequentielle quadratische Programmierung

Bei der sequentielle quadratischen Programmierung (SQP) wird die Lagrangefunktion zur Berücksichtigung der Restriktionen (siehe Kapitel 2.1.1) verwendet. Die Lagrangefunktion wird mit Hilfe der in Gleichung (2.27) angegebenen Taylorreihe quadratisch angenähert. Auf diese Näherung können verschiedene Gradientenverfahren (z. B. die Methode des steilsten Abstiegs) effektiv angewendet werden. An dem so identifizierten Zwischenoptimum wird eine neue Approximation bestimmt und der Prozess wiederholt. Da auch in diesem Verfahren die Hesse Matrix bestimmt werden muss, bietet es sich analog zum quasi-Newton-Verfahren an sie zu approximieren. Die in der Literatur veröffentlichten Versionen des SQP unterscheiden sich vor allem bei der Bestimmung der Hesse-Matrix, der Suchrichtung und der Schrittweite [9, 22, 23].

## 2.2.5 Heuristische Verfahren

Unter heuristischen Verfahren versteht man Optimierungsalgorithmen, die ein oder mehrere Zufallselemente enthalten. Im Folgenden werden das einfachste dieser Verfahren, das Monte-Carlo Verfahren und zwei Verfahren, die Konzepte aus anderen Bereichen der Naturwissenschaften auf mathematische Optimierung übertragen, erläutert.

### 2.2.5.1 Monte-Carlo-Verfahren

Das Monte-Carlo-Verfahren besetzt das Suchgebiet mit zufällig ausgewählten Punkten und wertet die Zielfunktion dort aus. Am besten Punkt wird ein verkleinertes Suchgebiet definiert und dieses erneut mit zufälligen Punkten belegt. Der Algorithmus wird bei entsprechender Genauigkeit (Größe des Suchgebietes) oder Zahl der Schritte abgebrochen. Auch dieses Verfahren ist sehr rechenintensiv und birgt zudem die Gefahr gegen lokale Optima zu konvergieren.

### 2.2.5.2 Simulated Annealing

Beim Simulated Annealing (Simuliertes Glühen) werden Prinzipien der statistischen Physik der Wärmebehandlung von Festkörpern auf Optimierungsprozesse übertragen. Die Wärmebehandlung von Festkörpern spielt eine große Rolle bei der Ausbildung der kristallinen Struktur. Dabei wird der Körper auf eine definierte Temperatur erhitzt und eine gewisse Zeit auf ihr gehalten. Anschließend wird die Temperatur kontrolliert reduziert, um eine gewünschte Gefügestruktur zu erhalten.

Der Zustand der Gitterstruktur wird durch die innere Energie charakterisiert. Die Atome verlagern sich aufgrund der thermischen Bewegung aus ihren Positionen und verändern so den Gitterzustand des Festkörpers. Je höher die Temperatur (und damit die innere Energie), desto stärker die Bewegung der Atome und desto stärker die Änderbarkeit der Gitterstruktur. Erfolgt die Temperaturabminderung sehr schnell, so werden Nebengitterplätze mit Atomen besetzt und der Festkörper friert in einem metastabilen Zustand ein, da die vorhandene Energie nicht mehr ausreicht um die Gitterstruktur zu ändern. Mithilfe von Abbildung 2.4 kann dieses Problem verdeutlicht werden. Befindet sich der Festkörper im linken (lokalen) Minimum, so muss die zufällige thermische Bewegung soviel Energie zur Verfügung stellen, dass der Potenzialwall überwunden werden kann. Erst dann wird die Struktur im rechten, globalen Minimum erstarren. Aus diesen Betrachtungen wird auch die Analogie zu Optimierungsproblemen klar. Friert ein Festkörper in einem metastabilen Zustand ein, so kann nur eine erneute Erwärmung das Gitter wieder verändern. Daraus folgt, dass die gewünschte Gefügestruktur ein Minimum der inneren Energie darstellen muss.

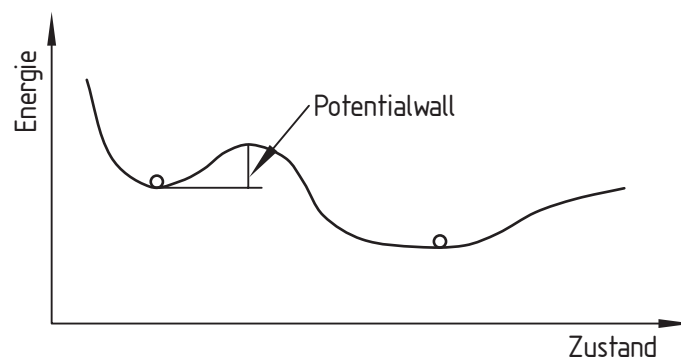


Abbildung 2.4: Energiezustände eines Feststoffes [24]

Die innere Energie eines Festkörpers wird durch den Zustand aller seiner Atome bestimmt. In einem inadiabaten System wird sich thermisches Gleichgewicht mit der Umgebung ein-

stellen [24]. Aus der statistischen Mechanik ergibt sich, dass die Wahrscheinlichkeit, dass sich ein bestimmter Zustand  $z$  einstellt, proportional zum Boltzman-Faktor ist:

$$\frac{e^{-E_{in}(z)}}{k_B T} \quad (2.31)$$

Dabei ist  $E_{in}(z)$  die innere Energie des Zustandes,  $T$  die Temperatur und  $k_B$  die Boltzmann Konstante<sup>1</sup>. Damit kann durch die Betrachtung aller möglichen Zustände derjenige identifiziert werden, der sich am wahrscheinlichsten einstellt. Da aber die Betrachtung aller möglichen Zustände praktisch nicht möglich ist, sind stochastische Methoden entwickelt worden, die die näherungsweise Bestimmung dieses Zustandes ermöglichen.

Ein einfacher Algorithmus zur Ermittlung des lokalen Minimums mithilfe des simulated Annealing soll an dieser Stelle diskutiert werden [26]. Ausgehend von einem Zustand  $i$  mit der inneren Energie  $E_{in}(i)$  wird eine zufällige Variation verwendet um den Zustand  $j$  zu erzeugen. Ist die innere Energie des neuen Zustandes geringer, so wird er beibehalten. Ist seine Energie höher, so wird eine Wahrscheinlichkeit berechnet:

$$P(E_{in,i}) = \sum_{z: E_{in}(z)=E_{in,i}} e^{\frac{-E_{in,i}}{k_B T}} \quad (2.32)$$

Mit Hilfe einer Zufallszahl zwischen 0 und 1 wird dann bestimmt, ob der Zustand mit der höheren Energie beibehalten wird oder nicht. Im Laufe des Algorithmus wird die Temperatur verringert. Dadurch sinkt die Wahrscheinlichkeit, dass ein schlechterer Zustand (höhere Energie) beibehalten wird. Durch die zu Beginn hohe Temperatur und die damit hohe Chance, ist der Algorithmus in der Lage lokale Optima zu verlassen. Für eine Optimierung wird die innere Energie mit Hilfe der Zielfunktion berechnet. Häufig wird dabei die Temperatur in Schritten gesenkt und innerhalb eines Temperaturinkrements mehrere Zustände untersucht. Ebenso wie die im Folgenden beschriebenen genetischen Algorithmen benötigt das simulated Annealing keine Ableitungen und keine stetige Zielfunktion.

### 2.2.5.3 Evolutionsstrategien

Der Evolutionsprozess in der Natur schreitet voran, indem sich die Lebewesen immer wieder an die sich ändernden Bedingungen anpassen. Die Natur verwendet dazu Konzepte, die abstrahiert auch in technischen Optimierungsprozessen genutzt werden können.

Von einem abstrakten Standpunkt aus kann ein Lebewesen als Genotyp oder als Phänotyp betrachtet werden. Der Genotyp ist die „Summe der in den Genen lokalisierten genetischen Informationen“ [27]. Hierdurch ist ein Rahmen für den Organismus festgelegt, sein Aufbau und seine Fähigkeiten liegen weitgehend fest. Der Phänotyp ergibt sich aus der Gesamtheit aller erblich bedingten und durch Außenfaktoren modifizierten Merkmale. Der Phänotyp ist also z. B. der Mensch, so wie er sich uns darstellt.

Während der Lebenszeit eines Organismus ändert sich das Erbmateriale nicht gezielt, es ist nach der Zeugung festgelegt. Durch Fortpflanzung wird diese Erbinformation an die Nachkommen weitergegeben, sie lebt also weiter. Wenn die Erbinformation zu einem Individuum

---

<sup>1</sup> $k_B = 1,380662 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$  [25]

führt, das gut an die Umweltbedingungen angepasst ist, so hat es eine größere Chance Nachkommen zu erzeugen. Die Weiterentwicklung der Spezies geschieht dadurch, dass die besten genetischen Informationen in der Nachkommenschaft häufiger auftauchen. Wichtig dabei ist, dass die Art sich möglichst gut und schnell weiterentwickelt.

Anhand eines allgemeinen genetischen Algorithmus [27] seien hier noch einige weitere Grundbegriffe erläutert:

1. Zielfunktion festlegen
2. Abbruchkriterium festlegen
3. Genetische Codierung vornehmen
4. Festlegen der genetischen Operatoren
5. Anfangsbelegung vornehmen (Startpunkt)
6. Rekombination
7. Qualität bestimmen (Zielfunktion auswerten)
8. Selektion
9. Abbruchkriterium prüfen, falls nicht erfüllt gehe zu 6.
10. Terminierung

Die Zielfunktion ist im Zusammenhang mit einer Optimierungsaufgabe genauso definiert wie in Kapitel 2.1.1. Das Abbruchkriterium ist die gewünschte Genauigkeit, mit der das Problem gelöst werden soll.

Um eine genetische Optimierung durchzuführen müssen die freien Variablen in eine Form gebracht werden, die die Anwendung der genetischen Verfahren erlaubt. Dabei wird jede einzelne Variable als Gen bezeichnet, dem eine eigene Wertemenge zugeordnet ist. Die konkrete Belegung eines Gens wird Allel genannt. Wie später noch erläutert wird, kommt der Darstellung der Gene im Rechenprogramm eine große Bedeutung zu. Es haben sich zwei Codierungsformen durchgesetzt, die binäre und die reelle. Die Menge der Gene stellt den Genotyp dar, während der Wert der Zielfunktion für diese Gene (diesen Punkt des Lösungsraums) den Phänotyp repräsentiert.

Die Verfahren, die die genetische Optimierung verwenden, werden als genetische Operatoren  $\omega$  bezeichnet. Sie sind in der Menge  $\Omega$  zusammengefasst. Die genetischen Operatoren unterteilen sich allgemein in Rekombination, Mutation und Selektion. Es gibt dabei sehr verschiedene Ausprägungen, die zum Teil auf Vorbilder in der Natur zurückgehen und zum Teil auf theoretischen Überlegungen beruhen. Wichtig dabei ist die richtige Kombination und Gewichtung der Operatoren. So ist leicht einzusehen, dass eine sehr starke Mutation dazu führt, dass sich kaum gute Individuen herausbilden können, da ihre Erbanlagen immer wieder verändert werden.

Die Anfangsbelegung der Gene erfolgt in der Regel zufällig, kann aber bei entsprechendem Vorwissen auch gezielt in der Nähe eines Minimums geschehen. Wichtig dabei ist, dass nicht nur eine Kombination von Genen erzeugt wird (Individuum), sondern mehrere (Population).

Dies ist analog zum Vorgehen der Natur und für einige genetische Operatoren wie Rekombination zwingend notwendig. Zudem ist ein Vorteil darin zu sehen, dass in einer Population Informationen über mehrere Regionen des Lösungsraumes gespeichert sind.

Die Rekombination ist eine Umsetzung der zweigeschlechtigen Fortpflanzung. Dabei werden zwei Individuen der Population zu einem neuen kombiniert. Eine einfache Variante wäre zum Beispiel, dass bei  $n$  Genen eine Zahl  $m$  zwischen 1 und  $n - 1$  zufällig bestimmt wird. Die Gene von 1 bis  $m$  werden vom ersten Individuum genommen, die restlichen vom zweiten.

Nachdem durch die Rekombination eine neue evtl. auch größere Population bestimmt worden ist, wird für jedes Individuum die Qualität bestimmt, indem die Zielfunktion ausgewertet wird. Anschließend wird mithilfe einiger Selektionskriterien die Population auf die ursprüngliche Größe reduziert. Mit dieser Population wird noch überprüft, ob die Abbruchbedingung erfüllt ist, und wenn nein, wird ein neuer Iterationsschritt mit der Rekombination begonnen.

### Evolutionsstrategie vs. genetische Algorithmen

Evolutionsstrategien (ES) gehen auf Rechenberg und Schwefel zurück [27]. In ihrer ursprünglichen Fassung gab es in der Population nur ein Individuum, welches seine Gene an die nächste Generation vererbte. Dabei wurden einige zufällig ausgewählte Gene mit einer normalverteilten Streuweite mutiert. Das bessere der beiden Individuen überlebte. Wichtig ist dabei, dass die Gene reell codiert werden und die Mutation auf der reellen Ebene erfolgt.

Eine erste Erweiterung der Mutationsstrategie erfolgte durch die Meta-Mutation, dabei wird die Streuweite als eigenständiges Gen weitervererbt, so dass der genetische Prozess die Streuweite und damit die Größe der Mutation selbst verändern kann. Eine weitere Veränderung erfuhr der Algorithmus durch die Vergrößerung der Population und die Einführung der zweigeschlechtigen Fortpflanzung.

Genetische Algorithmen (GenA) gehen auf Holland [28] und Goldberg [29] zurück. Die Population bestand von Anfang an aus mehreren Individuen. Aus der Elterngeneration werden zufällig Individuen in eine neue Bevölkerung kopiert. Dabei ist die Chance abhängig von der Qualität des Individuums. Dieser Prozess wird so oft wiederholt, bis die neue Generation die gewünschte Größe erreicht hat. Anschließend wird eine Menge genetischer Operatoren, wie Rekombination und Mutation, auf die Kinder angewandt. Zum Schluss wird die Qualität der neuen Individuen berechnet, und die Iteration beginnt erneut. In diesem Verfahren werden Gene binär codiert und auch die Mutation auf binärer Ebene angewandt.

Der Hauptunterschied der beiden Verfahren liegt in der Gencodierung. Die genetischen Operatoren variieren auch bei verschiedenen Realisierungen innerhalb der beiden Verfahren stark und sind in weiten Teilen untereinander austauschbar.

Es erscheint zunächst paradox, bei einer Umsetzung solcher Algorithmen auf einem Rechner zwischen binärer und reeller Codierung zu unterscheiden, wird doch auf einem Digitalrechner jede Zahl binär gespeichert. Zur Verdeutlichung soll eine einfache Mutation auf beide Zahlentypen angewandt werden:

Gegeben sei die Zahl 28 in reeller und binärer Darstellung  $00011100_2$ . Bei der reellen Mutation wird die Zahl in einem engen (normalverteilten) Bereich geändert, dadurch ändert sich der Betrag der Zahl nur gering, beispielsweise auf 29. Bei der binären Mutation wird der Wert eines Bits invertiert. Geschieht dies weit rechts, so ist auch hier die Änderung relativ gering. Wird aber das „most significant bit“ (ganz links) geändert, so wird in diesem

Beispiel aus  $00011100_2 = 28_{10}$   $10011100_2 = 156_{10}$ . Dieser Unterschied ist ganz erheblich und hat zur Folge, dass bei GenA die Mutation im Allgemeinen einen größeren Einfluss hat [6].

Auch bei der Rekombination hat die unterschiedliche Codierung einen wichtigen Einfluss. Bei reeller Codierung bleiben die Gene erhalten, während bei binärer Codierung neue Gene entstehen. Auch dies wird durch ein Beispiel erläutert:

Population in reeller Codierung:

(1) 32 17

(2) 93 85

Population in binärer Codierung:

(1) 001|00000 0001|0001

(2) 010|11101 0110|0101

Rekombination mit ES:

32 85

oder 93 17

Rekombination mit GenA:

z.B. 00101101 00010101

=45 =21

Die Unterschiede sind allerdings eher durch das Vorgehen bestimmt. Die Rekombination könnte auch bei reeller Codierung innerhalb der Zahlen links vom Komma erfolgen. Die Mutation bei binärer Codierung könnte mit Hilfe eines Multiplikators nahe 1 durchgeführt werden und hätte dann einen ähnlichen Effekt wie bei reeller Codierung.

Die Verfahren haben sich jeweils in Deutschland (ES) und in den USA (GenA) durchgesetzt. Dabei sind ihre Entwicklungen nicht aneinander vorbeigegangen, sondern sie wurden gegenseitig übernommen, sofern dies sinnvoll war. So beschreibt Michalewicz [6] Untersuchungen über die Vorteile binärer und reeller Codierung. Dabei wurde herausgefunden, dass die reelle vorteilhafter ist, und sie wurde von diesem Autor und anderen [30, 31] für ihren GenA übernommen. Es ist somit festzustellen, dass die Verfahren auf unterschiedlichen Ansätzen basieren, sich aber mit der Zeit angeglichen haben. Die Unterschiede zwischen einzelnen Vertretern von ES bzw. GenA sind zum Teil größer als zwischen ES und GenA selbst.

Insofern sind die in [27] angegebenen Unterschiede nur für die Urformen der beiden Ansätze gültig: ES strebt schnell ein lokales Optimum an, während GenA den Suchraum mittels Rekombination durchforstet. ES erreicht schneller eine homogene Bevölkerung, um dem entgegen zu wirken muss die Mutation mit einer größeren Wahrscheinlichkeit auftreten. Dies wiederum zwingt ES zu starkem Selektionsdruck, da sie die vielen Mutationen sonst zu langsam konvergieren lassen würde.

## Genetische Operatoren

Wichtigstes Merkmal, welches die genetischen Algorithmen von normalen Suchstrategien unterscheidet, sind die genetischen Operatoren. Sie treten in den unterschiedlichsten Varianten auf, lassen sich aber in einige Hauptkategorien unterscheiden. Diese sind:

- Selektion
- Rekombination (Crossover)
- Mutation

- Inversion

Bei der Selektion werden diejenigen Individuen ausgewählt, die eine hohe Qualität aufweisen. Sie haben dadurch die Chance, ihre Gene und damit ihre Eigenschaften an die nächste Generation weiterzugeben. Ein allgemeines Vorgehen ist Folgendes:

1. Berechne  $f(\vec{X})$  für alle Individuen einer Generation
2. Berechne die Gesamtqualität der Bevölkerung  $F_g = \sum_{i=1}^n f(\vec{X}_i)$
3. Bestimme die Auswahlwahrscheinlichkeit der einzelnen Individuen mit der Formel

$$p_i = \frac{f(\vec{X}_i)}{F_g} \quad (2.33)$$

4. Ermittle die Gesamtwahrscheinlichkeit für jedes Individuum:

$$q_i = \sum_{j=1}^i p_j \quad (2.34)$$

5. Generiere eine Zufallszahl  $r$  im Intervall  $[0 ; 1]$
6. Falls  $r < q_1$ , wähle das erste Individuum aus, sonst wähle das  $i$ -te, für das gilt:  
 $q_{i-1} < r \leq q_i$
7. Führe die Schritte (5) bis (6) solange aus, bis  $n$  Individuen ausgewählt sind

Das Vorgehen ist vergleichbar mit einem Roulette, bei dem die einzelnen Taschen unterschiedlich breit sind. Je besser das Individuum, desto größer die Tasche und damit die Chance ausgewählt zu werden. Offensichtlich werden einige Individuen mehrfach ausgewählt. Dies steht aber im Einklang mit dem Schema-Theorem (siehe Seite 29ff.): Die besten Chromosomen werden häufiger kopiert als die schlechteren. Man erhält eine Zwischenpopulation, die genauso groß ist wie die Ausgangsbevölkerung.

Auf diese wird dann der zweite Operator angewandt, die Rekombination, auch Crossover genannt. Auch für diesen lässt sich ein einfaches Vorgehen angeben, dabei ist  $p_c$  die festgelegte Wahrscheinlichkeit, dass eine Rekombination auftritt:

1.  $i = 0$
2.  $i = i + 1$
3. Erzeuge eine Zufallszahl  $r$  im Intervall  $[0 ; 1]$ .
4. Falls  $r > p_c$ , gehe nach 9. (Individuum wird nicht rekombiniert)
5. Wähle zufällig ein anderes Individuum  $j$  aus.
6. Bilde eine ganze Zufallszahl  $c$  im Intervall  $[1 ; (m - 1)]$  ( $m$  ist die Anzahl der Gene).

7. Kombiniere die Gene 1 bis  $c$  des  $i$ -ten Individuums mit den Genen  $(c + 1)$  bis  $m$  des  $j$ -ten Individuums.
8. Ersetze das  $i$ -te Chromosom durch das in Schritt 7. erzeugte.
9. Falls  $i < n$  gehe nach 2.

Bei der Mutation sind für jedes Gen in der Population folgende Schritte auszuführen ( $p_m$  ist Mutationswahrscheinlichkeit):

1. Erzeuge eine Zufallszahl  $r$  im Intervall  $[0 ; 1]$ .
2. Falls  $r < p_m$ , mutiere das aktuell Gen.

Bei diesem Operator gibt es eine sehr große Vielzahl von Vorgehensweisen, die zum Teil auch sehr unterschiedliche Effekte haben. So kann statt einer genweisen Abarbeitung auch jede Ziffer einzeln abgearbeitet werden. Dies entspricht der ursprünglichen Mutationsvorschrift der GenA. Bei den ES ist  $p_m$  ebenfalls ein Gen und unterliegt dabei einer konstanten Veränderung. Michalewicz schlägt in seinem Programm GENOCOP eine Mutationsrate vor, die zu Beginn hoch ist und gegen Ende des Algorithmus immer mehr sinkt. Dies führt zu einer Verbesserung der Feinabstimmung, das Optimum wird besser aufgelöst [6].

Ein anderer Operator ist die Inversion. Dabei werden Allele von vorne nach hinten und umgekehrt getauscht. Aus einem Individuum  $\vec{X}_1 = (1\ 0\ 1\ 1)$  wird beispielsweise  $\vec{X}_2 = (1\ 1\ 0\ 1)$ . Auch hierbei sind andere Ansätze denkbar, so können zum Beispiel nur Teile des Genoms vertauscht oder die alten Positionen gespeichert werden um die besten Varianten zu behalten. Die Inversion wird aber wenig angewandt, da sie in der Praxis wenig wünschenswerte Effekte zeigt [6, 29].

### Arbeitsweise genetischer Algorithmen

Um die Abläufe in genetischen Algorithmen zu verstehen, ist ein gewisser Formalismus nötig. Der hier verwendete Formalismus orientiert sich im Wesentlichen an dem Schemakonzzept von Holland [28].

Die Anzahl der möglichen Individuen bei  $n$  Genen und  $k$  Allelen pro Gen ist  $k^n$ . Werden die Individuen als Punkte im Suchraum interpretiert, so muss jedem Gen eine Achse zugeordnet werden. Dabei stellen die Allele die Werte der jeweiligen Achse dar. Der Evolutionsprozess ist also als Suche in einem hochdimensionalen Raum aufzufassen. Eine Population stellt demzufolge eine „Punktwolke“ im Suchraum dar. Klar ist, dass sich nicht alle Punkte des Suchraumes prüfen lassen, dies entspräche dem Exhaustive Search und ist nicht praktikabel. Zwischen den einzelnen Generationen wandert die Punktwolke durch den Suchraum und verändert dabei ihre Gestalt. Im Falle der Konvergenz sollte sich die Wolke in der Nähe des Optimums konzentrieren. Dieses Optimum wirkt also als eine Art Attraktor.

Im Folgenden werden für die Beschreibung eines Individuums 6 Gene verwendet, die jeweils eines von 2 möglichen Allelen (0 oder 1) haben können. Dies dient nur der Vereinfachung der Beschreibung und schränkt die Allgemeinheit der Aussagen nicht ein.

Ein Schema  $\vec{S}$  fasst alle Individuen, die an bestimmten Genen die gleichen Allele haben, zusammen. Das Schema  $\vec{S}_1 = (*\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0)$  umfasst alle Individuen, die an den letzten fünf Genen die Allele 1 1 0 0 0 haben. Dies sind: (1 1 1 0 0 0) und (0 1 1 0 0 0). Ein Stern \*



bedeutet, dass dieses Gen einen beliebigen Wert haben darf, dies ist das sogenannte „don't-care-Symbol“. Das Schema  $(* * * * *)$  beinhaltet alle möglichen Genkombinationen, das Schema  $(1 1 1 1 1)$  hingegen nur eine einzige. Jedes Schema beinhaltet  $2^r$  Individuen, wobei  $r$  die Anzahl der don't-care-Symbole ist. Auf der anderen Seite passt jedes Individuum zu  $2^m$  Schemata, dabei ist  $m$  die Anzahl der Gene [6].

Es gibt zwei Eigenschaften von Schemata, die für die weiteren Betrachtungen große Bedeutung haben. Diese sind die Länge und die Ordnung.

Die Ordnung  $o(\vec{S})$  ist die Anzahl der Stellen, die nicht mit don't-care-Symbolen belegt sind.  $o(\vec{S})$  ist ein Maß für die Spezialisierung eines Schemas. Sie ist nützlich für die Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeit eines Schemas bei Mutation. Die Länge  $\delta(\vec{S})$  ist der Abstand zwischen der ersten festen Stelle und der letzten.  $\delta(\vec{S})$  definiert die Kompaktheit der in  $\vec{S}$  gespeicherten Informationen und dient der Berechnung der Überlebenswahrscheinlichkeit bei Rekombination (nach [6]). Das Schema  $\vec{S}_2 = (1 * 1 0 1 *)$  hat die Ordnung  $o(\vec{S}_2) = 4$  und die Länge  $\delta(\vec{S}_2) = 5$ .

Die durchschnittliche Qualität einer Population  $P$  zum Zeitpunkt  $t$  wird folgendermaßen definiert:

$$F(P, t) = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n f(\vec{X}_s) \quad (2.35)$$

Dabei ist  $n$  die Zahl der Individuen. Analog dazu kann die Qualität eines Schemas definiert werden, wenn statt der ganzen Bevölkerung nur die Individuen berücksichtigt werden, die in dieses Schema passen. Die drei Hauptgruppen der genetischen Operatoren haben unterschiedlichen Einfluss auf Schemata.

Bei der Selektion erfahren diejenigen Schemata einen Zuwachs, die über der durchschnittlichen Qualität der Bevölkerung liegen. Michalewicz gibt dazu an [6]:

$$\xi(\vec{S}, t+1) = \xi(\vec{S}, t) \cdot \frac{F(\vec{S}, t)}{F(P, t)} \quad (2.36)$$

Dabei ist  $\xi$  die Anzahl der Individuen aus  $P$ , die in das Schema  $\vec{S}$  passen. Hieraus wird klar, dass bei einem überdurchschnittlichen Schema in der nächsten Generation mehr Zugehörige zu erwarten sind. Unter der Annahme, dass ein Schema für alle Zeit um  $\varepsilon\%$  über dem Durchschnitt liegt, erhält man sogar exponentielles Wachstum:

$$\xi(\vec{S}, t) = \xi(\vec{S}, 0) (1 + \varepsilon)^t \quad (2.37)$$

Dies stellt natürlich keine zulässige Annahme dar, denn mit der Zeit wird sich die Qualität der Population der des Schemas anpassen. Dennoch zeigt dies, dass ein qualitativ gutes Schema durch die genetischen Algorithmen bevorzugt wird.

Die zweite Kategorie der genetischen Operatoren ist das Crossover. Dabei spielt die oben definierte Länge eines Schemas eine wichtige Rolle. Es ist klar, dass das Schema  $\vec{S}_3 = (1 * * * * 0)$  geringere Chancen hat, eine Rekombination zu überleben, als das Schema  $S_4 = (1 0 * * * *)$ , obwohl sie die gleiche Ordnung besitzen. Die Qualität spielt dabei keine

Rolle, denn das Crossover setzt eine beliebige Stelle fest, an der die zwei Genome gekreuzt werden. Sind die Informationen eines Schemas kompakt gespeichert (geringe Länge), dann steigen die Chancen, dass der Crossover-Punkt das Schema nicht zerstört.

Der letzte zu betrachtende Operator ist die Mutation. Hierbei wird ein zufällig ausgewähltes Gen geändert. Offensichtlich müssen alle festen Positionen eines Schemas unverändert bleiben, damit das Schema überlebt. Daraus folgt sofort, dass ein Schema mit niedriger Ordnung höhere Chancen hat zu überleben als ein Schema höherer Ordnung. Je mehr Stellen festgelegt sind, desto größer die Wahrscheinlichkeit, dass eine solche Stelle mutiert wird.

Für ein beliebiges Schema lässt sich folgende Formel für die Entwicklung des Schemas während des Evolutionsprozesses angeben [6]:

$$\xi(\vec{S}, t+1) = \xi(\vec{S}, t) \cdot \frac{F(\vec{S}, t)}{F(P, t)} \left( 1 - p_c \cdot \frac{\delta(\vec{S})}{m-1} - o(\vec{S}) \cdot p_m \right) \quad (2.38)$$

Dabei ist  $p_c$  die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmter Chromosomensatz mit einem anderen gekreuzt wird,  $m$  ist die Anzahl der Gene in einem Individuum und  $p_m$  die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Gen mutiert wird. Die Formel ist ein Erwartungswert, wie viele Individuen der nächsten Generation in dieses Schema passen werden. Es handelt sich dabei nur um eine statistische Aussage, da an mindestens zwei Stellen der Zufall eine Rolle spielt.

Die Aussagen von Gleichung (2.37) und der vorangehenden Betrachtungen können im Schema-Theorem zusammengefasst werden (nach [6]):

Kurze, überdurchschnittliche Schemata niedriger Ordnung erhalten einen exponentiell ansteigenden Anteil an den folgenden Generationen eines genetischen Algorithmus.

Eine direkte Folgerung aus diesem Theorem ist, dass genetische Algorithmen den Suchraum mittels kurzer Schemata niedriger Ordnung durchsuchen. Diese werden dann für den Informationsaustausch mittels Crossover benutzt. Diese Aussagen werden in der Building-Block-Hypothese zusammengefasst [6]:

Ein genetischer Algorithmus versucht, eine nahezu optimale Leistung durch die Zusammenstellung von kurzen, überdurchschnittlichen Schemata niedriger Ordnung zu erreichen. Diese Schemata werden *building blocks* genannt.

Obwohl einige Untersuchungen angestellt wurden, um diese Hypothese zu beweisen, liegen bisher hauptsächlich empirische Ergebnisse vor, die sie unterstützen. Interessant ist dabei, dass in einer Bevölkerung von  $n$  Individuen mit je  $m$  Genen wesentlich mehr, bei binären Genen mindestens  $2^m$ , Schemata repräsentiert sind. Dadurch werden mehr Informationen in einer Generation verarbeitet als die Anzahl der Individuen. Holland nennt dies „implicit parallelism“ [28], da diese Informationsverarbeitung ohne zusätzlichen Rechen- oder Speicheraufwand geschieht. Hierin ist ein großer Vorteil gegenüber einfachen Suchverfahren zu sehen. Außerdem stellt dies wahrscheinlich das einzige Beispiel dar, wo eine kombinatorische Explosion zum Vorteil und nicht zum Nachteil des Anwenders wirkt [6].

Dennoch muss gesagt werden, dass die Building Block Hypothese keine allgemeingültige Aussage ist. Sie kann sogar in einzelnen Fällen widerlegt werden. Treten solche Fälle in einem genetischen Algorithmus auf, spricht man von Deception. Hierzu ein einfaches Beispiel:

Angenommen, die Schemata  $\vec{S}_5 = (1\ 1\ *\ *\ *\ *)$  und  $\vec{S}_6 = (*\ *\ *\ *\ *1)$  seien überdurchschnittlich, ihre Kombination  $\vec{S}_7 = (1\ 1\ *\ *\ *\ 1)$  ist aber qualitativ schlechter als  $\vec{S}_8 = (0\ 0\ *\ *\ *\ 0)$ . Es sei weiterhin angenommen, dass  $\vec{X}_{opt} = (1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 1)$  die optimale Lösung darstellt, die zu dem Schema 7 zugehört. Der genetische Algorithmus hat dann Schwierigkeiten gegen  $\vec{S}_9$  zu konvergieren, er wird vielmehr gegen Punkte wie  $X = (0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0)$  konvergieren.

#### 2.2.5.4 Vergleich: Klassische und genetische Verfahren

In den vorangegangenen Ausführungen sind bereits einige Vor- und Nachteile der verschiedenen Verfahren genannt worden. Sie sollen hier zusammengefasst und gegenübergestellt werden.

Bei den klassischen Verfahren stellen ableitungsfreie Suchverfahren eine einfache Möglichkeit dar Optimumsprobleme zu lösen. Sie benötigen keine Ableitungen und sind daher für Probleme geeignet, bei denen die Ableitungen nicht oder nur durch großen Zeitaufwand bestimmt oder approximiert werden können. Andererseits besitzen sie meist eine niedrige Effizienz, da sie Informationen über die Funktion nur wenig nutzen. Sinnvoll erscheint ihr Einsatz in Fällen, bei denen die Topologie der Zielfunktion in groben Zügen bekannt ist und daher eine sinnvolle Schätzung der Lage des Optimums gemacht werden kann. Dann können sie in der Nähe des Optimums gestartet werden und würden zur Feinabstimmung eingesetzt.

Die nächste Klasse der klassischen Verfahren stellen die Gradientenverfahren dar. Voraussetzung für ihren Einsatz ist, dass die Ableitungen zumindest näherungsweise bestimmt werden können. Hierin liegt eine starke Beschränkung dieser Algorithmen. Für die Bestimmung der Ableitungen ist zum Teil viel Speicherplatz und Rechenzeit nötig. Ist der Aufwand für die Bestimmung der Ableitungen aber hinnehmbar, so stellen diese Verfahren sehr effiziente Werkzeuge in Bezug auf die Suche dar. Die Verarbeitung der Ableitung bringt in diesem Fall einen Effizienzgewinn, da mehr Informationen über die Zielfunktion verarbeitet werden. Eine Aufstellung der Vor- und Nachteile der Gradientenverfahren werden in [27] wie folgt angegeben:

- + Der Gradient gibt die Richtung des steilsten Abstiegs an. In dieser Richtung kann der Funktionswert verbessert werden, wenn man nicht ein lokales Optimum erreicht hat.
- Lokale Optima können nicht verlassen werden.
- Die Zielfunktion muss differenzierbar sein.
- Die Qualität der Lösung ist stark abhängig vom Startpunkt des Verfahrens.

Ein Nachteil beider Gruppen sind ihre Probleme lokale Optima wieder zu verlassen. Dieses Manko versuchen Approximationsverfahren zu umgehen, indem Informationen über die Zielfunktion zu einer Näherung verarbeitet werden. Dazu ist eine ausreichende Informationsmenge nötig, die unter Umständen zu großen Speicher- und Rechenzeitanforderung führt.

Besonders erfolgreich arbeiten diese Methoden, wenn die Zielfunktion mathematisch der Approximation ähnelt, also beide beispielsweise polynomisch oder trigonometrisch sind.

Genetische Algorithmen benötigen keine Informationen über die Ableitungen der Zielfunktion, nutzen allerdings diese eventuell vorhandenen Informationen auch nicht. Sie untersuchen den Suchraum sehr gründlich und verarbeiten während eines Schrittes (Generation) nicht nur einen Punkt, sondern eine Vielzahl von Punkten und Schemata. Allerdings benötigen sie für jedes Individuum den Zielfunktionswert und daher pro Schritt auch eine größere Rechenzeit. Die Vor- und Nachteile werden von Heistermann in [27] wie folgt angegeben:

- + Die Population bildet einen eigenen Untersuchraum.
- + Der Suchraum wird gründlich durchforstet.
- + Vor allem in der Anfangsphase können Gebiete mit lokalen Optima leicht verlassen werden.
- + Der Algorithmus ist in seiner Leistung schwach startwertabhängig.
- + Die Zielfunktion muss nicht differenzierbar sein.
- Die Laufzeit ist groß im Verhältnis zu einigen anderen Optimierungsverfahren.
- Vorhandene Gradienteninformation bleibt ungenutzt.

Eine Stärke der genetischen Algorithmen ist der horizontale Informationsaustausch. Die Informationen der einzelnen Individuen wird auch untereinander ausgetauscht, zum Beispiel durch Crossover. Hierdurch werden, wie oben schon erwähnt, die Informationen effektiver genutzt. Im Gegensatz dazu steht die rein vertikale Informationsverarbeitung der klassischen Verfahren, da dort aus einem Individuum genau ein neues erzeugt wird, das nur Informationen seines Vorgängers erhält. Dies hat allerdings den Vorteil, dass eine stetige Verbesserung erzielt wird, während genetische Algorithmen auch neue Individuen produzieren, die schlechter sind als die Eltern.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass keines der Verfahren allgemein als das beste gelten kann. Es muss je nach Aufgabe entschieden werden, welches Verfahren zum Einsatz kommt. Hierzu lassen sich einige Entscheidungshilfen formulieren:

- Wenn Ableitungen schnell und genau bestimmbar sind, ist der Einsatz von Gradientenverfahren sinnvoll. Dies gilt besonders, falls über die Zielfunktion bekannt ist, in welcher Gegend das Optimum liegt oder sie nur ein Optimum haben kann.
- Sind die Ableitungen nicht in ausreichender Genauigkeit und Effizienz bestimmbar, die Lage des Optimums aber in etwa abschätzbar (z. B. aus Einsichten in das untersuchte System), so ist der Einsatz von Suchverfahren angebracht.
- Liegen weder Ableitungen noch ausreichende Kenntnisse der Zielfunktion vor, so stellen genetische Algorithmen eine gute Wahl zur Ermittlung des Optimums dar. Unter Umständen ist der anschließende Einsatz eines Suchverfahrens sinnvoll um das Minimum genauer aufzulösen.

## 2.3 Synthese eines Optimierungsverfahrens

Im Folgenden wird die Zielsetzung des Optimierungsverfahrens beschrieben, das in dieser Arbeit entwickelt wird. Es werden die verschiedenen Anforderungen erläutert. Anschließend werden die vorgestellten Algorithmen beziehungsweise Klassen hinsichtlich ihrer Eignung bewertet. Daraus ergibt sich ein mehrstufiger Algorithmus. Abschließend wird dessen Implementation kurz erläutert.

### 2.3.1 Zielsetzung

Die erste Zielsetzung des in dieser Arbeit erarbeiteten Optimierungsverfahrens ist die Minimierung einer Zielfunktion unter Beachtung verschiedener Nebenbedingungen. Das heißt, es handelt sich nicht um nicht restringierte Probleme (vgl. Gleichungen (2.1) bis (2.5)). Die zu optimierenden Probleme stammen aus dem Bereich der Strukturmechanik. Dabei handelt es sich jedoch nicht um eine spezielle Untergruppe wie zum Beispiel die Topologieoptimierung, sondern es soll ein Verfahren entwickelt werden, das auf möglichst viele Problemklassen der Strukturmechanik anwendbar ist. Die speziellen Testfälle, an denen die Wirksamkeit des Algorithmus getestet wird, sind:

1. Massenoptimierung von Mikrometeoriten und Space Debris Schutzsystemen
2. Massenoptimierung von orthotrop versteiften Rumpfschalen
3. Optimierung der Querschnittsdaten eines Sandwichzylinders unter Beachtung der Stabilitäts- und Festigkeitsgrenzen

Die Testfälle sind so gewählt, dass sie möglichst unterschiedliche Problemstellungen der Strukturmechanik abdecken und so die Anwendbarkeit des Verfahrens auf andere, hier nicht behandelte Problemstellungen ähnlichen Typs zeigen. Obwohl sich die Strukturmechanik zunächst nur mit der Berechnungen von Spannungen, Verformungen und kritischen Lasten befasst, ist in vielen Fällen solcher Probleme implizit oder explizit Leichtbau zu betreiben. Die klassischen Leichtbaubereiche Luft- und Raumfahrt erfordern seit Ende des vorletzten Jahrhunderts Strukturen so auszulegen, dass sie mit einem Minimum an Material beziehungsweise Masse die auftretenden Lasten ertragen können. In den letzten Jahrzehnten ist diese Forderung auch in anderen Bereichen immer wichtiger geworden, um Gewicht und damit den Energiebedarf zu reduzieren. Aus diesem Grunde ist in den Testfällen eine Massenoptimierungen durchzuführen.

Neben den Zielfunktionen spielen die Nebenbedingungen eine wichtige Rolle bei der Optimierung an sich und bei der Auswahl der verwendeten Algorithmen. Das Verfahren soll in der Lage sein Grenzen für Variablen zu berücksichtigen. In der Regel werden Variablen vorhanden sein, die geometrischen Größen des zu optimierenden Systems entsprechen. Als Beispiele seien Wanddicken und Abstände (Testfall 1), Querschnittsabmessungen (Testfall 2) oder Deckschichtdicken (Testfall 3) genannt. Eine sinnvolle Optimierung ist nur dann möglich, wenn diese Größen minimale und maximale Werte haben können. Des Weiteren muss der Algorithmus in der Lage sein mit Variablen zu arbeiten, die nur diskrete Werte annehmen können. Das einfachste Beispiel für eine solche Variable ist die Auswahl des Materials aus einer Liste von zur Verfügung stehender Materialien. Im ersten Testfall ist

die Auswahl, ob ein Einwandssystem oder ein Zweiwandssystem verwendet wird, eine weitere solche Variable. Neben diesen üblichen Nebenbedingungen gibt es in allen Testfällen weitere, die sich aus den zugrunde liegenden strukturmechanischen Fragestellungen ergeben. Sie sollen an dieser Stelle nur kurz aufgeführt werden, um ihren Einfluss auf die Synthese des Optimierungsalgorithmus darzustellen. Eine ausführlichere Darstellung findet sich in den Kapiteln zu den Testfällen.

1. Im Testfall 1 ist für das Raumfahrzeug eine minimale Anzahl an Durchschlägen einzuhalten. Auf Grund der nur statistisch erfassbaren Teilchenverteilung im erdnahen Welt-raum, wird eine Anzahl von Durchschlägen ermittelt, die ein Raumfahrzeug während seiner Mission erfährt. Diese wird wesentlich bestimmt vom Aufbau des Schutzsystems.
2. Für Testfall 2 wird gefordert, dass der Rumpf unter gegebenen Lasten kein Stabilitätsversagen zeigt.
3. Im letzten Testfall dürfen die Spannungen maximal zulässige Werte des Materials nicht überschreiten und die Struktur darf kein Stabilitätsversagen zeigen.

In allen Fällen ist sofort offensichtlich, dass die Nebenbedingungen dem Optimierungsziel entgegengesetzt wirken. Je niedriger die Masse ist, desto geringer die Schutzwirkung bzw. Versagenslast. Dies führt zu der Erwartung, dass eine optimale Lösung die geforderten Sicherheiten genau erfüllt, das heißt, dass die Randbedingung aktiv ist. Dies lässt sich aus dem Umkehrschluss beweisen: Wenn die Nebenbedingung nicht aktiv ist, kann weiteres Material eingespart werden. Die gefundene Lösung wäre also suboptimal.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass es sich bei allen Testfällen um nichtlineare, nicht stetige mit Nebenbedingungen behaftete Probleme handelt. Damit ein Optimierungsalgorithmus in der Lage ist, alle diese Probleme und weitere zu behandeln, muss er einen hohen Grad an Vielseitigkeit besitzen. Auch ist nicht zu erwarten, dass der Algorithmus in den einzelnen Fällen die optimale Wahl darstellt. Für viele Probleme können spezielle Algorithmen gefunden werden, die wesentlich effektiver arbeiten. Ziel dieser Arbeit ist jedoch nicht die Entwicklung solcher speziellen Algorithmen, sondern die Bereitstellung eines Verfahrens, das möglichst breit anwendbar ist.

Bei der Optimierung ist der Ausgangspunkt von großer Bedeutung. Für die hier untersuchten strukturmechanischen Probleme ist dieser Punkt besonders zu berücksichtigen, da der Ingenieur in der Regel eine Vorstellung der Struktur hat. Daher sind zwei Ausgangssituationen zu unterscheiden und durch den Algorithmus angemessen zu berücksichtigen:

1. Es existiert eine Ausgangskonfiguration, deren Optimierungspotenzial ausgeschöpft werden soll.
2. Es sollen neue, auch völlig verschiedene Strukturkonfigurationen gesucht werden, die sich aus der Erfahrung des Ingenieurs nicht sofort ergeben.

Für Testfall 2 lassen sich diese zwei Situationen anschaulich beschreiben. Bei der Rumpfauslegung können zwei Situationen auftreten: Zum einen kann die Aufgabe darin bestehen, den Rumpf für ein neues Flugzeug zu entwerfen. Dabei steht dem Ingenieur die Erfahrung aus anderen Projekten zur Verfügung. Diese werden zu einer Konfiguration führen, die auf das neue Flugzeug angepasst ist. In der Regel wird eine enge Verwandtschaft zu anderen

Konfigurationen bestehen. Dann kann es wünschenswert sein, völlig andere Rumpfaufbauten zu finden und zu untersuchen (Ausgangssituation 2). Andererseits werden vorhandene Flugzeuge oft in ihrer Reichweite oder Passagierzahl geändert. Hier existiert eine Ausgangskonfiguration, die für modifizierte Ansprüche optimiert werden muss (Ausgangssituation 1). Selbstverständlich gibt es in der ersten beschriebenen Situation Gründe, die für möglichst ähnliche Konfigurationen sprechen können (z. B. geringere Fertigungs- und Entwicklungskosten). Dann ist auch hier die Ausgangssituation 1 gegeben.

Eine weitere Besonderheit der behandelten Testfälle ist die Komplexität der Strukturen und der daraus resultierenden Anzahl an lokalen Optima. Dadurch wird es unmöglich das globale Optimum mit Sicherheit anzugeben. Besonders im Fall 1 wird gezeigt, dass es verschiedene, nahezu gleichwertige Lösungen für vermeintlich einfache Strukturen gibt. Damit wird klar, dass der entwickelte Algorithmus nicht an der Identifikation des globalen Optimums bewertet werden kann, sondern an seiner Fähigkeit in allen Testfällen signifikant bessere Konfigurationen zu finden. Des Weiteren ist in allen Testfällen zu fordern, dass die oben genannten Nebenbedingungen aktiv sind, da andernfalls weitere Verbesserungen möglich wären.

### 2.3.2 Bewertung

Mit der Definition der Zielsetzung können die verschiedenen Klassen der Optimierungsalgorithmen und einzelne Algorithmen bewertet werden. Dies geschieht zunächst auf Grund der Frage, ob die Algorithmen überhaupt in der Lage sind, die in Kapitel 2.3.1 genannten Zielsetzungen zu erfüllen. Anschließend werden die geeigneten Algorithmen differenzierter bewertet, um im nächsten Kapitel einen effektiven Algorithmus festlegen zu können.

Suchalgorithmen stellen eine einfache Methode dar Optimumsprobleme zu lösen. Sie benötigen nur die Zielfunktion als Eingangsinformation und sind somit auch für nicht stetige Probleme einsetzbar. Von den vorgestellten Verfahren sind nur das Hooke-Jeeves-Verfahren und der Sensitivitätsalgorithmus für das Erreichen der Zielsetzung brauchbar. Die vollständige Enumeration ist auf Grund des Rechenaufwandes nicht praktikabel und die in Kapitel 2.2.1.4 vorgestellten Verfahren sind nur auf Funktionen mit einer Veränderlichen anwendbar.

Die Approximationsverfahren sind in einigen Sonderfällen sinnvoll einsetzbar. So gibt es eine Reihe strukturmechanischer Probleme, die sich durch Polynome gut annähern lassen. In Fällen, wo eine geeignete Approximation gefunden werden kann, stehen effektive Algorithmen zur Lösung der Optimumsprobleme zur Verfügung. Diese verwenden in der Regel die Ableitungen der Näherung. Daraus wird klar, dass Approximationsverfahren nicht in der Lage sind, die oben beschriebene Zielsetzung zu erfüllen. Bei Variablen, die nur diskrete Werte annehmen können, ist die Angabe einer differenzierbaren Approximation nicht möglich. Selbst wenn alle Variablen kontinuierlich veränderbar sind, führt eine unstetige oder nicht differenzierbare Zielfunktion zu großen Problemen bei der Bestimmung einer Näherung.

Für Gradientenverfahren gilt die gleiche Argumentation, wie bei den Approximationsverfahren. In Fällen, bei denen eine einfache Bestimmung der Ableitung, auch näherungsweise möglich ist, können sie sehr effektiv eingesetzt werden. Diese Effektivität geht mit der Unfähigkeit einher, Variablen mit diskreten Werten behandeln zu können. An Unstetigkeitsstellen und nicht differenzierbaren Punkten ist die Bestimmung einer Ableitung ebenfalls nicht möglich. Daher ist diese Klasse von Algorithmen für die Zielsetzung dieser Arbeit nicht einsetzbar.

Die heuristischen Verfahren benötigen wie die Suchverfahren keine Ableitungen und sind in der Lage unstetige Zielfunktionen mit diskret veränderlichen Variablen zu behandeln. Daher sind sie prinzipiell für die Zielsetzung dieser Arbeit verwendbar.

Aus diesen ersten Betrachtungen ergeben sich vier Kandidaten für den zu entwickelnden Optimierungsalgorithmus. Aus der Klasse der Suchverfahren sind dies der Hooke-Jeeves-Algorithmus und der Sensitivitätsalgorithmus und die beiden heuristischen Verfahren des Simulated Annealing und der genetischen Optimierung. Bei der Vorstellung der Verfahren sind bereits einige Vor- und Nachteile genannt worden, die nun verwendet werden sollen um eine Optimierungsstrategie zu definieren. Zusätzlich werden die Ergebnisse von Voruntersuchungen [32–36] zur weiteren Bewertung verwendet.

Zur Auswahl aus den vier Kandidaten sind in Tabelle 2.2 die bereits besprochenen Vor- und Nachteile der vier Algorithmen zusammengestellt. Beide Suchalgorithmen zeichnen sich durch einen geringen Rechenaufwand aus. Der Sensitivitätsalgorithmus benötigt etwas mehr Rechenleistung, da nach jeder Verbesserung die Sensitivitäten aller Variablen neu bestimmt werden müssen. Beim Hooke-Jeeves-Verfahren kann dies durch die Vorwärtsschritte so lange vermieden werden, bis keine Verbesserung mehr auftritt. Die beiden heuristischen Algorithmen benötigen wesentlich mehr Rechenzeit, besonders der genetische Algorithmus. Alle vier Algorithmen sind für unstetige Zielfunktionen geeignet. Für den Sensitivitätsalgorithmus muss einschränkend gesagt werden, dass die Berechnung der Sensitivitäten für unstetige Zielfunktionen nur dann sinnvoll ist, wenn die Variation der Variablen sehr klein gewählt wird. Andererseits ist für Variablen mit diskreten Werten eine Variation nur in den vorgegeben Schrittweiten der diskreten Werte sinnvoll. Für diesen Algorithmus muss also eine Anpassung der Variation an das vorliegende Problem erfolgen.

	Hooke-Jeeves-Verfahren	Sensitivitätsalgorithmus	Simulated Annealing	Genetik
Vorteile	sehr geringer Rechenaufwand  geeignet für un- stetige Zielfunk- tionen	geringer Rechen- aufwand  geeignet für un- stetige Zielfunk- tionen	lokale Optima können verlassen werden geeignet für un- stetige Zielfunk- tionen Ergebnis nicht startwertab- hängig	lokale Optima können verlassen werden geeignet für un- stetige Zielfunk- tionen Ergebnis nicht startwertab- hängig
Nachteile	lokale Optima können nicht verlassen werden  Gradienteninfor- mationen werden nicht genutzt Ergebnis start- wertabhängig	lokale Optima können nur beschränkt verlassen werden Gradienteninfor- mationen werden nicht genutzt Ergebnis start- wertabhängig	hoher Rechen- aufwand  Gradienteninfor- mationen werden nicht genutzt	sehr hoher Re- chenaufwand  Gradienteninfor- mationen werden nicht genutzt

Tabelle 2.2: Vor- und Nachteile der vier möglichen Optimierungsalgorithmen



Nur der Hooke-Jeeves-Algorithmus ist nicht in der Lage ein lokales Optimum wieder zu verlassen. Der Sensitivitätsalgorithmus kann dies mit Einschränkungen durch die in Kapitel 2.2.1.3 beschriebene zweite Stufe. Der Algorithmus wird nicht in der Lage sein, ein weit entferntes zweites Optimum zu erreichen, da er keine Verschlechterung der Zielfunktion akzeptiert. Die Fähigkeit ein lokales Optimum zu verlassen erwächst nur aus der gegenläufigen Beziehung zwischen Optimierungsziel und Restriktion. Das Simulated Annealing akzeptiert ebenso wie die Genetik eine zeitweise Verschlechterung der Zielfunktion, wodurch beide in die Lage versetzt werden, lokale Optima zu verlassen. Für den erst genannten Algorithmus nimmt die Wahrscheinlichkeit einer Akzeptanz mit der Iterationsdauer zu. Dadurch ist nur der genetische Algorithmus fähig, während der ganzen Berechnung lokale Optima zu verlassen. Mit der Möglichkeit lokale Minima zu verlassen, geht die Startwertabhängigkeit einher. Offensichtlich ist ein Algorithmus, der in der Nähe eines lokalen Optimums gestartet wird und dieses nicht verlassen kann, stark startwertabhängig. Alle vier Algorithmen nutzen eventuell vorhandene Gradienteninformationen nicht, dadurch büßen sie unter Umständen an Effektivität ein. Letzteres ist jedoch in Kauf zu nehmen, um die Anwendbarkeit auf unstetige Zielfunktionen zu erreichen.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß die beiden Suchalgorithmen für Probleme besonders geeignet sind, in denen eine vorhandene Konfiguration optimiert werden soll (Ausgangssituation 1, Kapitel 2.3.1). Besonders der Sensitivitätsalgorithmus ist hier attraktiv, da mit ihm die Möglichkeit besteht ein lokales Optimum zu Gunsten eines naheliegenden Optimums zu verlassen. Für die Ausgangssituation 2, also die Suche nach neuen Konfigurationen, eignen sich die heuristischen Algorithmen, da mit ihnen eine effektive Durchsuchung des Suchraums möglich ist. Die Anwendung von Suchalgorithmen auf diesen Fall würde eine Vielzahl von Rechnungen mit unterschiedlichen Startpunkten erfordern. Dadurch wird der Rechenzeitvorteil zunichte gemacht.

In ersten Untersuchungen zu dieser Arbeit ist die Optimierung von Schutzsystemen gegen Mikrometeoriten und Weltraumtrümmer untersucht worden [32,35]. Dabei wurden ein kubisches und ein zylindrisches Raumfahrzeug untersucht. Die Zielsetzung war die Bestimmung der Wanddicke, so dass eine minimal geforderte Sicherheit gegen den Durchschlag von Mikrometeoriten während einer Mission gewährleistet ist und gleichzeitig die Strukturmasse so gering wie möglich wird. Für den Würfel sind dabei die sechs Wanddicken zu optimieren, während für den Zylinder der Mantel in 24 Einzelflächen unterteilt wurde. Zusammen mit den zwei Deckeln ergeben sich also 26 Optimierungsvariablen. Die genaue Beschreibung der Berechnungen soll an dieser Stelle nicht erfolgen, dazu sei auf Kapitel 3 verwiesen. Die erzielten Ergebnisse sollen hier zum Vergleich der Verfahren verwendet werden.

Tabelle 2.3 zeigt die mittleren Wanddicke (proportional zur Masse), die für die verschiedenen Algorithmen erzielt worden sind. In der zweiten Zeile ist zum Vergleich die Wanddicke angegeben, die nötig wäre, wenn alle Variablen den gleichen Wert haben. Für die beiden Suchalgorithmen wurde dieser Wert als Startpunkt gewählt.

Die Werte zeigen, dass der Sensitivitätsalgorithmus alleine die besten Ergebnisse erzielt, der genetische Algorithmus alleine die zweitbesten. Das Hooke-Jeeves-Verfahren und das Simulated Annealing haben bei der Optimierung des Würfels durchaus gute Resultate. Bei der schwierigeren Optimierung des Zylinders sind die Ergebnisse jedoch nicht besonders gut.

Da die Suchalgorithmen stark startwertabhängig sind und die heuristischen Verfahren nicht für Feinabstimmung geeignet sind, liegt es nahe die beiden Typen zu kombinieren, um diese Schwächen zu eliminieren. In den letzten zwei Zeilen von Tabelle 2.3 sind die Wanddicken

Algorithmus	Würfel	Zylinder
	mittlere Wanddicke [mm]	
konstante Wanddicke	6,226	6,886
Hooke-Jeeves	5,431	6,711
Sensitivität	5,071	5,610
Simulated Annealing	5,183	6,815
Genetik	5,182	5,756
Genetik + Hooke-Jeeves	5,181	5,737
Genetik + Sensitivität	4,943	5,554

Tabelle 2.3: Optimierte mittlere Wanddicken von Mikrometeoriten- und Space-Debris-Schutzsystemen erzielt mit verschiedene Strategien

dieser Kombination angegeben. Dabei wurden die Ergebnisse des genetischen Algorithmus als Startwerte für die Suchalgorithmen verwendet. Es zeigt sich, dass die Kombination aus genetischen und Sensitivitätsalgorithmus die besten Ergebnisse liefert.

### 2.3.3 Algorithmus

Die bisherigen Ausführungen ermöglichen nun die Festlegung eines geeigneten Optimierungsalgorithmus. Die Überlegungen und Untersuchungen der vorangegangenen Kapitel haben gezeigt, dass der Sensitivitätsalgorithmus die besten Ergebnisse erzielt, sofern ein geeigneter Startpunkt bekannt ist. Daher soll dieser Algorithmus für die Ausgangssituation 1 (vgl. Kapitel 2.3.1) eingesetzt werden. Für Fälle bei denen kein geeigneter Startwert bekannt ist bietet es sich an, die genetische Optimierung mit dem Sensitivitätsalgorithmus zu koppeln. Dadurch werden die Stärken kombiniert und einige Schwächen eliminiert. Die hohe Rechenleistung, die der genetische Algorithmus benötigt, wird jedoch nicht kompensiert. Bei der Bewertung dieses Nachteiles muss beachtet werden, dass ohne einen geeigneten Startpunkt der Sensitivitätsalgorithmus an vielen verschiedenen Punkten gestartet werden muß. Damit ergibt sich ebenfalls eine hohe Rechenzeit, die unter Umständen über dem Zeitbedarf der Kombination beider Algorithmen liegt. Des Weiteren steigt die Rechnerleistung gemäß des Moore'schen Gesetzes [7, 8]. Es ist daher zu erwarten, dass Probleme, die derzeit zeitlich nicht sinnvoll berechnet werden können, in naher Zukunft schnell gelöst werden können. Auf die Optimierungsproblematik übertragen bedeutet dies, dass eine hohe Rechenzeit kein Ausschlusskriterium sein kann. In naher Zukunft werden diese Zeiten auf ein akzeptables Maß schrumpfen.

Der in dieser Arbeit vorgeschlagene und im weiteren untersuchte Algorithmus besteht also aus zwei Stufen:

1. genetische (Vor-)Optimierung (siehe Kapitel 2.2.5.3)
2. Sensitivitätsalgorithmus (siehe Kapitel 2.2.1.3)

Diese sind in einen Optimierungsprozess eingebettet, der in Abbildung 2.5 dargestellt wird. Die Schritte vor der eigentlichen Optimierung sind in ihrer Wichtigkeit für das Ergebnis nicht zu unterschätzen. Ungeeignete Variablen und Grenzen führen zum Beispiel nicht nur zu schlechten Optimierungsergebnissen, sondern können zu unsinnigen Resultaten führen.



Abbildung 2.5: Struktogramm [37] des Optimierungsprozesses

### 2.3.4 Implementierung

Die zu untersuchenden Algorithmen sind in einem Computerprogramm implementiert worden. An dieser Stelle soll keine vollständige Dokumentation des Programms erfolgen. Dennoch werden einige Aspekte diskutiert, soweit sie für diese Arbeit relevant sind. Eine Zielsetzung dieser Arbeit ist die Möglichkeit, das erarbeitete Verfahren für möglichst viele Aufgaben einsetzen zu können. Um dies auch im Rechenprogramm zu erreichen, sind die Optimierungsalgorithmen unabhängig von der Aufgabenstellung programmiert worden. Ein- und Ausgabe verwenden nur die Optimierungsvariablen und -parameter, ohne aufgabenspezifische Details zu berücksichtigen. Die Berechnung der Zielfunktion und der Restriktionen werden mit Hilfe von externen Berechnungsprogrammen durchgeführt. Diese werden durch eine Interfacerroutine angesteuert, die für neue Optimierungsaufgaben anzupassen ist. Mittels externer Berechnungsprogramme sind neue Optimierungen schnell zu implementieren. In der Regel werden für strukturmechanische Probleme zunächst Berechnungsprogramme erstellt. Wenn diese eine ausreichend Rechengenauigkeit erlangt haben, taucht schnell die Frage auf, ob die untersuchte Struktur optimiert werden kann. An die hier erstellte Software sind solche Programme mit wenigen Änderungen schnell anzukoppeln.

Im Folgenden sollen die verwendeten Algorithmen erläutert werden. In Abbildung 2.6 ist die Struktur des Optimierungsprogramms dargestellt. Die Eingabe und Ausgabe erfolgt mittels ASCII-Dateien. In der Eingabedatei wird vom Nutzer bestimmt, ob eine genetische

Optimierung durchgeführt werden soll oder nicht.

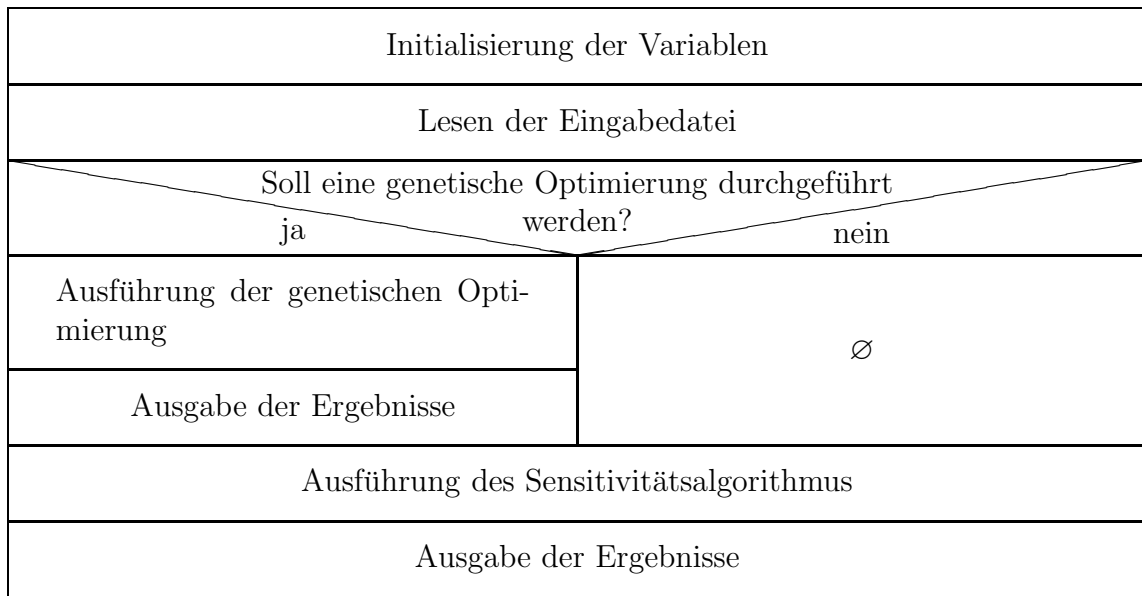


Abbildung 2.6: Struktogramm [37]des Optimierungsprogramms

Die zwei zentralen Punkte des Optimierungsprogrammes sind die Optimierungsalgorithmen. Der Ablauf des genetischen Algorithmus ist in Abbildung 2.7 dokumentiert. Zunächst wird die Startpopulation erzeugt. Dabei hat der Nutzer die Möglichkeit einen Seed-Punkt vorzugeben. Dies ist eine Konfiguration, aus der normalverteilt neue Individuen erzeugt werden. Fehlt dieser Seed-Punkt werden alle Individuen zufällig erzeugt. Die Vorgabe eines Punktes kann hilfreich sein, um dem Optimierungsprogramm vorhandenes Wissen des Anwenders zu übergeben und so die Ergebnisse zu verbessern.

Anschließend beginnt die Schleife über die vom Nutzer vorgegebene Anzahl an Generationen. Am Anfang wird die Population sortiert, so dass das beste Individuum an erster Stelle steht. Dies entspricht dem biologischen Prozess der Selektion. Zu diesem Zeitpunkt sind zwei Populationen vorhanden, die Elterngeneration und die Kindergeneration. Nach der Sortierung bleiben nur die besten beider Generationen erhalten. Für diese neue Elterngeneration wird die durchschnittliche Güte und der Kehrwert der Summe aller Funktionswerte bestimmt.

Im nächsten Schritt wird die Hälfte der Kindergeneration mit Hilfe des Rouletteverfahrens bestimmt (siehe Kapitel 2.2.5.3). Dazu wird eine Zufallszahl zwischen 0 und 1 bestimmt. Die Addition der Kehrwerte der Funktionswerte der Individuen bezogen auf den Kehrwert der Summe aller Funktionswerte ergibt 1, wenn über alle Individuen summiert wird. Die Schleife bricht ab, wenn die Summe den Wert der Zufallszahl erreicht oder überschreitet. Das aktuelle Individuum gilt dann als ausgewählt. Dieses wird zufällig verändert (Mutation) und auf Zulässigkeit geprüft. Es ist dann zulässig, wenn die Restriktionen nicht verletzt werden und alle Variablenwerte innerhalb der gegebenen Grenzwerte liegen.

Die zweite Hälfte der Kindergeneration wird durch Rekombination bestimmt. Die Auswahl der zwei zu rekombinierenden Individuen erfolgt wieder mittels Rouletteverfahren. Neben der Zulässigkeit wird hier auch noch geprüft, ob das neue Individuum mit einem vorhandenen übereinstimmt. Dies kann vor allem gegen Ende des Algorithmus passieren, da sich die Individuen dann nur noch wenig unterscheiden. Der Vorteil dieses Vorgehens liegt in

einer größeren Vielfalt innerhalb der Population. Um eine Endlosschleife zu vermeiden wird nur 10 mal versucht, ein neues Individuum zu finden. Danach wird das neue Individuum übernommen, obwohl es bereits in der Population enthalten ist.

Das Struktogramm des Sensitivitätsalgorithmus ist in Bild 2.8 zu finden. Die in Kapitel 2.2.1.3 beschriebenen zwei Stufen werden in einer Schleife durchlaufen. Die erste Stufe führt zu einer Konfiguration, die zumindest ein lokales Optimum darstellt. Die zweite Stufe versucht dies zu verlassen. Durch die Nichtlinearitäten der Zielfunktion und der Restriktionen kann es dabei zu einer Erhöhung der Reserve kommen. Dann ist nach der zweiten Stufe das Potential für eine weitere Verringerung der Zielfunktion durch die erste Stufe vorhanden.

Die Struktur der ersten Stufe kann Abbildung 2.9 entnommen werden. Sie entspricht dem in Kapitel 2.2.1.3 diskutierten Vorgehen. Zu erklären ist hier die Halbierung aller Schrittweiten. Bei Testrechnungen wurde festgestellt, dass, wenn der Algorithmus mit der ausgewählten Variablen keine Verbesserung erzielen kann ohne die Schrittweite zu verringern, dies auch für die restlichen Variablen gilt. Würden diese nicht mit verringert und später vom Algorithmus ausgewählt, so müssten sie dann verringert werden. Durch eine gleichzeitige Halbierung kann also Rechenzeit gespart werden. Die Anfangsschrittweiten, die maximale Iterationszahl und die minimale Schrittweite werden vom Nutzer in der Eingabedatei festgelegt.

Abbildung 2.10 zeigt den Ablauf der zweiten Stufe des Sensitivitätsalgorithmus. Die Sperrung der Variablen erfolgt um festzustellen, ob mit einer Variablen Verbesserungen möglich sind oder nicht. Die Sperrung wird für alle Variablen aufgehoben, wenn eine Verbesserung gefunden wird. Damit wird am neuen Referenzpunkt wieder mit allen Variablen gearbeitet.

Die Funktionsberechnung erfolgt, wie schon erwähnt, mittels Aufruf eines externen Rechenprogramms. Der generelle Aufbau der Routine ist in Abbildung 2.11 dargestellt. Zunächst muß eine geeignete Eingabedatei erzeugt werden. Danach erfolgt der Aufruf und das Einlesen der Ergebnisse. Die Routine muß auch die Überprüfung vornehmen, ob die Restriktionen verletzt werden und gegebenenfalls Straffunktionsterme addieren. Die Frage, ob eine Restriktion verletzt wird, hängt von der optimierten Problemstellung ab, daher ist die Übergabe geeigneter Werte vom Berechnungsprogramm durch den Anwender vorzusehen.

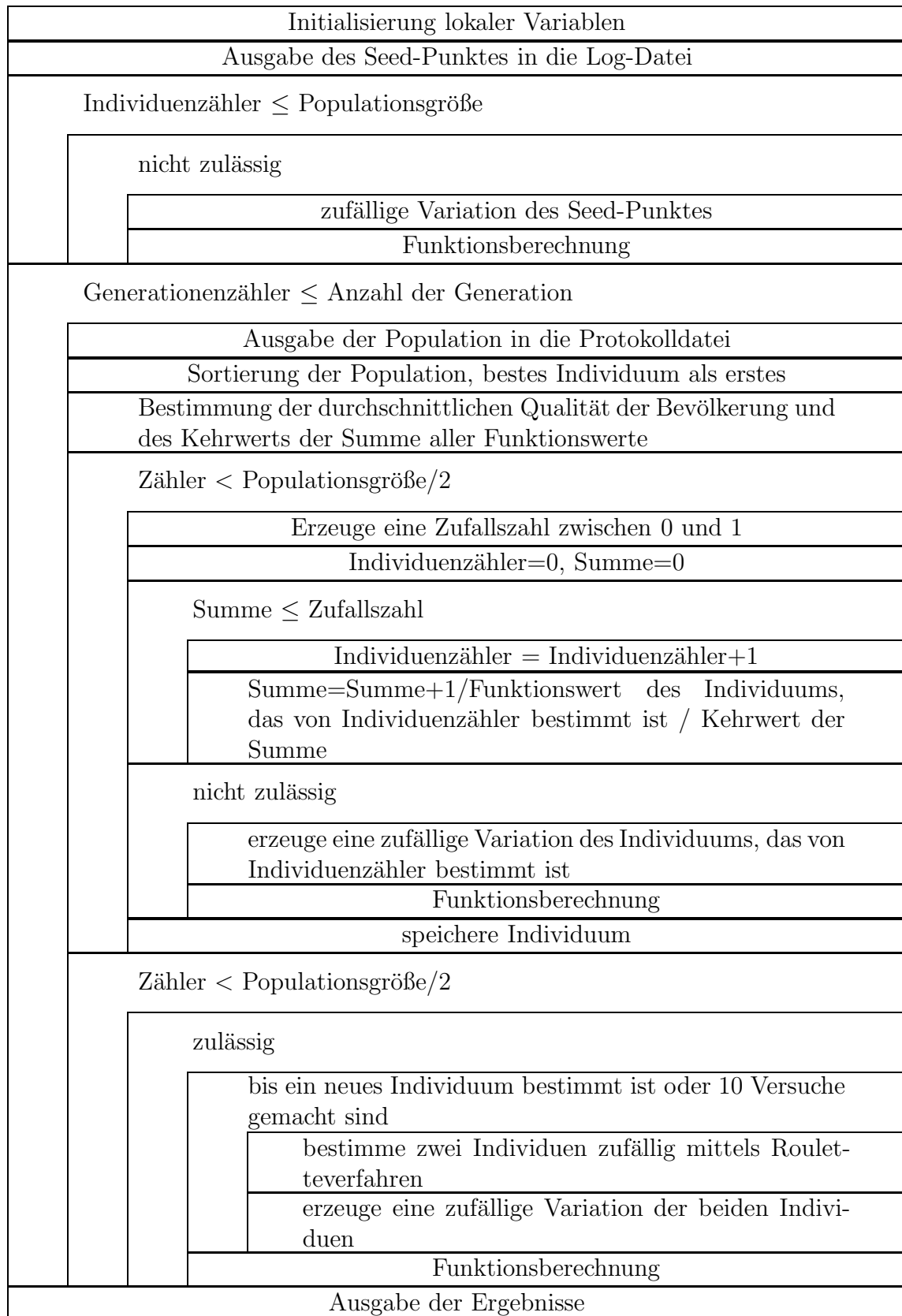


Abbildung 2.7: Struktogramm [37] der genetischen Optimierung

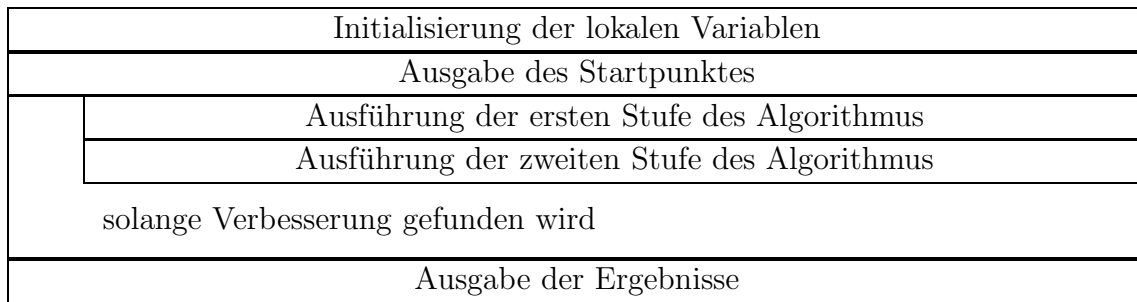


Abbildung 2.8: Struktogramm [37] des Sensitivitätsalgorithmus

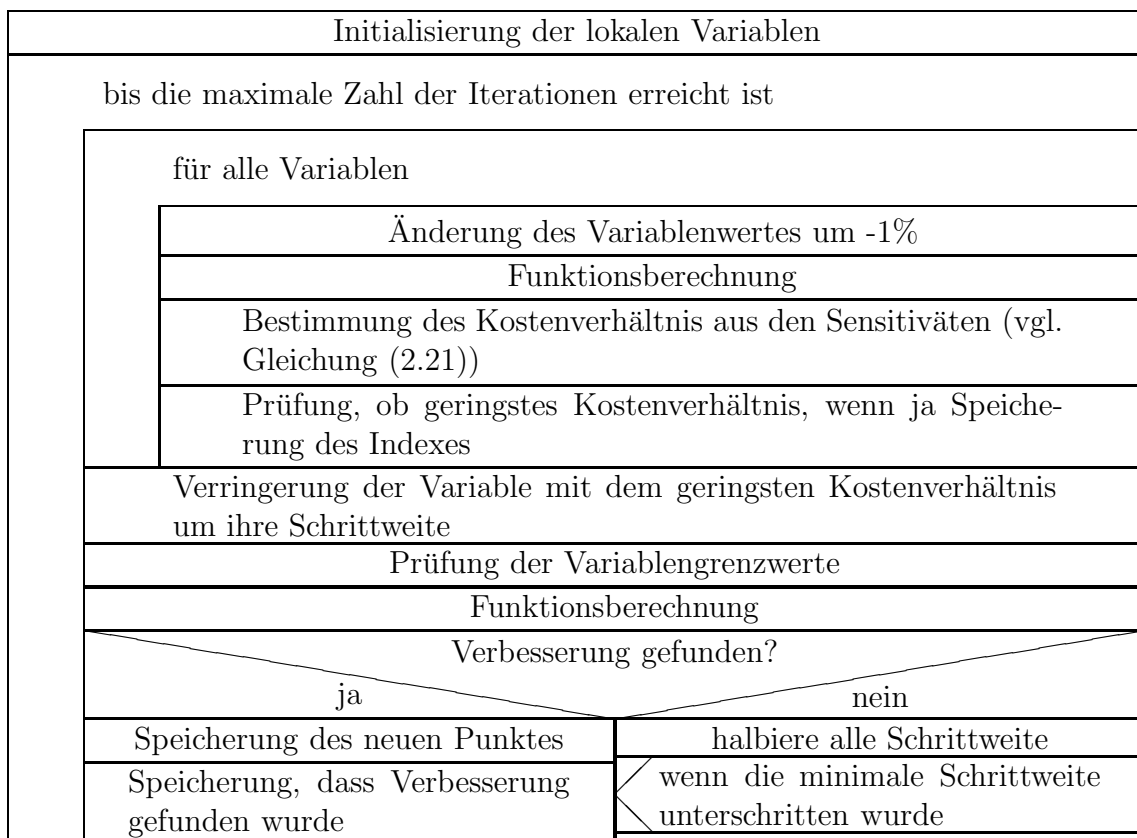


Abbildung 2.9: Struktogramm [37] der ersten Stufe des Sensitivitätsalgorithmus

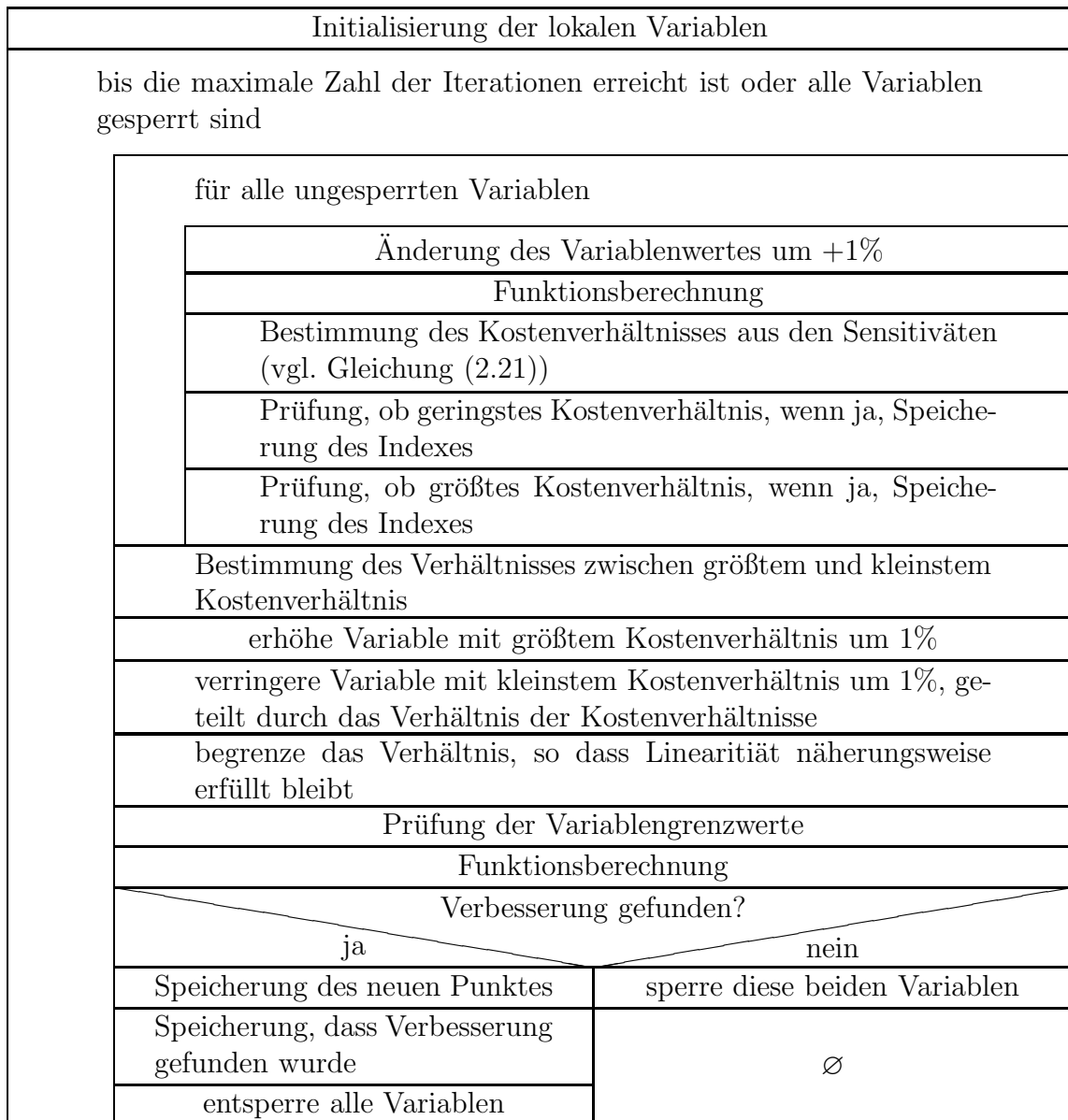


Abbildung 2.10: Struktogramm [37] der zweiten Stufe des Sensitivitätsalgorithmus

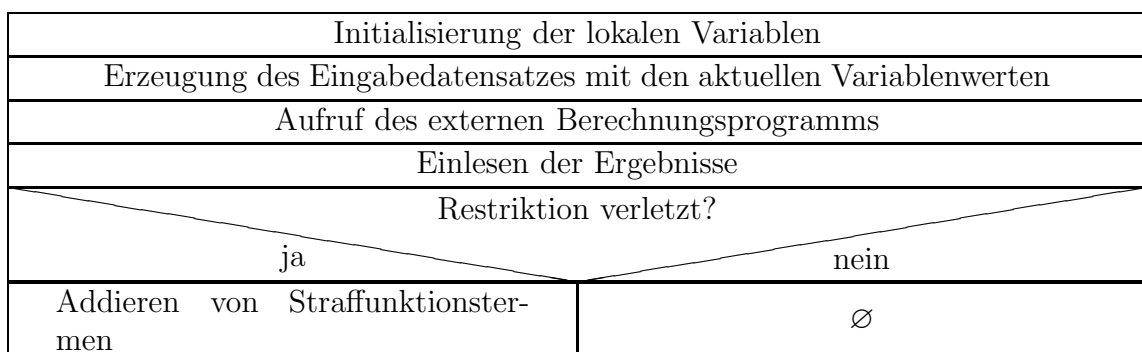


Abbildung 2.11: Struktogramm [37] der Funktionsberechnung





# Kapitel 3

## Optimierung von Mikrometeoriten- und Space-Debris Schutzsystemen

Seit einigen Jahrzehnten ist bekannt, dass Rückstände früherer Raumfahrtmissionen in erdnahen Umlaufbahnen in zunehmenden Maße eine Bedrohung für die bemannte und unbemannte Raumfahrt darstellen [38–43]. Vor allem im erdnahen Bereich, in einer Höhe zwischen 200 km und 2000 km über der Erdoberfläche [44, 45], muss das Risiko, das von Weltraummüll (Space Debris) ausgeht, bei der Planung zukünftiger Missionen berücksichtigt werden [46, 47]. Zusätzlich muss das Risiko durch Mikrometeoriten beachtet werden [47, 48].

Durch den Beschuss mit solchen Objekten kann es unter Umständen zu Funktionsausfällen von Teilen eines Raumfahrzeuges oder sogar zu einem Komplettverlust kommen. Das bekannteste Beispiel für solch einen Fall ist der französische Satellit Cerise, der am 24. Juli 1996 mit einem Fragment einer Ariane Rakete kollidierte, die 1986 gestartet wurde. Der Satellit verlor vermutlich seinen Ausleger zur Lagestabilisierung durch den Schwerkraftgradienten, blieb aber eingeschränkt nutzbar [49, 50]. Einen ähnlichen Zwischenfall, bei dem ein russischer Satellit beschädigt wurde, hat es vermutlich am 21. April 2002 [51] gegeben. Für das Space Shuttle sind eine Vielzahl von kleineren Schäden dokumentiert. Zwei typische Schädigungen der Cockpitfenster sind in Abbildung 3.1 gezeigt. Auf der linken Seite ist ein 4 mm Krater zu sehen, der durch einen etwa 0,2 mm großen Lackpartikel mit einer Geschwindigkeit von 3-6 km/s verursacht wurde [52]. Im Bild rechts handelt es sich um einen Krater von ca. 100-150  $\mu\text{m}$ . Anhand der Rückstände konnte bestimmt werden, dass es sich um einen Partikel aus dem Betrieb von Feststoffraketenmotoren gehandelt hat [53]. Bis September 2000 mussten mehr als 80 Shuttle-Fenster wegen Debrissschäden ausgetauscht werden [54].

Die Lebensdauer der Raumfahrzeuge hängt also nicht unwesentlich von einem Schutzsystem gegen solche Hyper-Velocity-Impacts (HVI) von Mikrometeoriten und Weltraumtrümmerteilen ab. Diese Schutzsysteme werden auch mit MDPS (Micrometeoroid and Space Debris Protection System) abgekürzt und die einschlagenden Partikel mit M/OD (Micrometeoroids and Space Debris). Die Struktur muss unter anderem sicherstellen, dass es nicht innerhalb der vorgesehenen Mission zu einem Ausfall des Raumfahrzeuges kommt. Um die geforderte Sicherheit zu erzielen werden die Raumfahrzeuge mit Mehr-Wand-Systemen oder ausreichenden Waddicken versehen [47, 55, 56].

Neben der erhöhten Sicherheit führt dies jedoch zu einer Massenerhöhung des Raumfahrzeuges, was wiederum zu einer Kostensteigerung der Mission führt. Daraus ergibt sich das

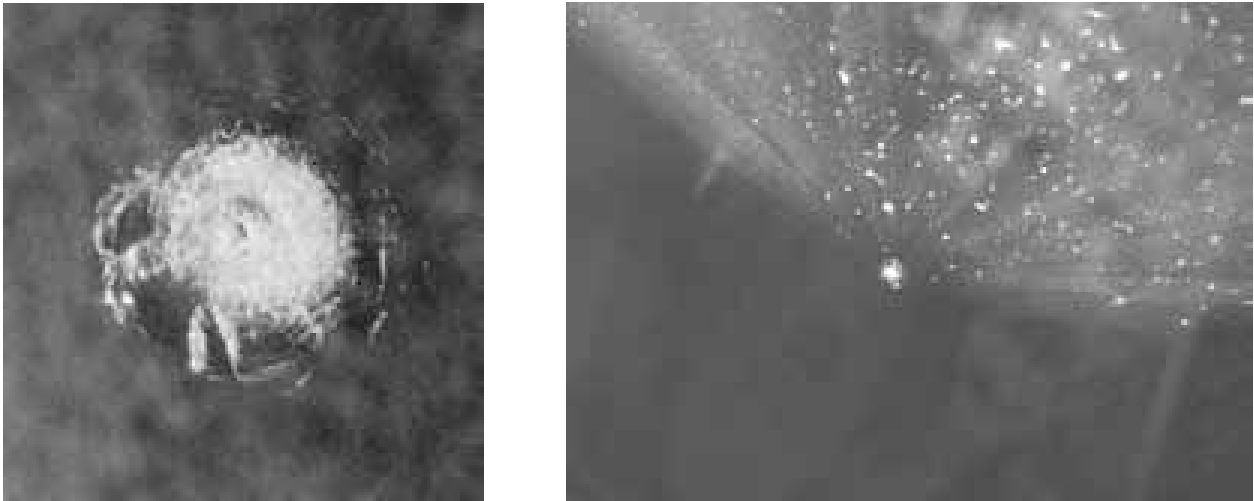


Abbildung 3.1: Einschlagkrater in Shuttlefenster (links [52], rechts [53] (STS 94))

hier zu untersuchende Optimierungsproblem: Die Schutzsysteme müssen die geforderte Sicherheit bei einer gleichzeitig möglichst geringen Masse bieten.

### 3.1 Berechnungsprinzip

Zur Durchführung der Optimierung muss zunächst ein Berechnungskonzept definiert werden, das die Sicherheit gegen den Durchschlag von Partikeln bestimmt. Dazu wird das am Institut für Leichtbau entwickelte Rechenprogramm MDPANTO verwendet. Es beinhaltet alle nötigen Schritte zur Risikoanalyse von Raumfahrzeugen durch Mikrometeoriten und Space Debris. Umfangreiche Vergleichsrechnungen mit den Programmen der NASA (BUMPER II) und der ESA (ESABASE/DEBRIS) im Rahmen der Inter-Agency Debris Committee haben gute Übereinstimmungen gezeigt [47]. Für eine Risikoanalyse führt das Programm die folgenden Schritte durch:

1. Einlesen der Geometrie des Raumfahrzeuges, der Wandaufbauten und der Missionsdaten
2. Bestimmung, welche Wand von welchen Teilchen getroffen werden kann
3. Berechnung der auftreffenden Mikrometeoriten und Weltraumtrümmer
4. Bestimmung, welchen Durchmesser ein Teilchen benötigt um eine Wand zu durchdringen
5. Berechnung der Anzahl der Durchschläge bzw. der Wahrscheinlichkeit, dass kein Durchschlag erfolgt

Der erste Punkt ist eine offensichtliche Notwendigkeit. Die Geometrie des Raumfahrzeuges beeinflusst erheblich die Möglichkeit, dass ein Partikel eine bestimmte Wand trifft. So können Sonnensegel einen Abschattungseffekt haben und Wände des Raumfahrzeuges vor

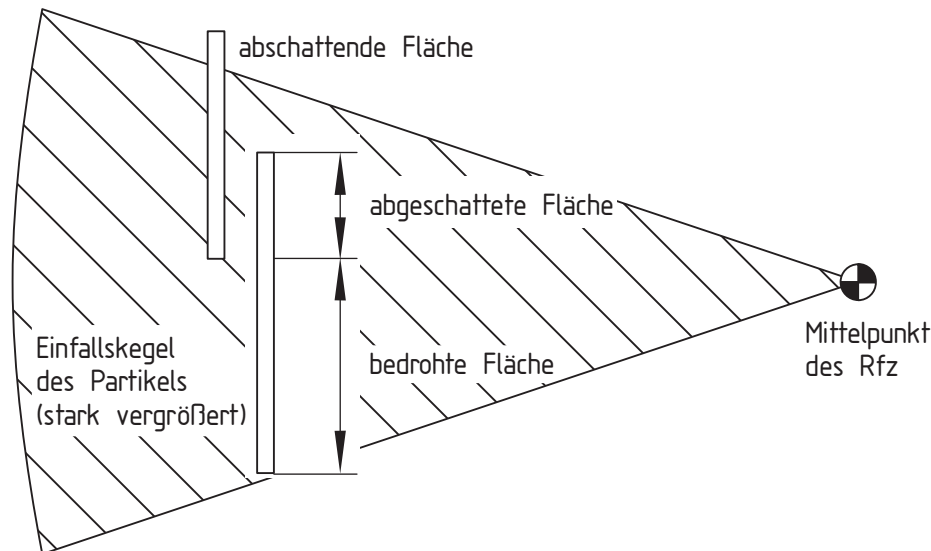


Abbildung 3.2: Teilabschattung von Flächen

Partikeln aus bestimmten Richtungen schützen. Auch der Wandaufbau bestimmt entscheidend, ob ein gegebenes Teilchen durchschlägt oder nicht. Neben den Materialdaten und der Wanddicke spielt auch der Aufbau der Wand eine Rolle. Wie in Kapitel 3.3 näher ausgeführt wird, kann eine Wand aus mehreren Einzelwänden einen deutlich höheren Schutz bieten als eine massive Wand gleicher Gesamtdicke. Eine größere Missionsdauer erhöht die Möglichkeit eines Einschlages. Auch der Missionszeitpunkt hat einen Einfluss, da die Sonnenaktivität zu berücksichtigen ist und durch fortgesetzte Weltraumaktivitäten die Anzahl der Weltraumtrümmer im Erdorbit weiter steigt.

Der erste eigentliche Berechnungsschritt ist die Bestimmung, welche Wand von welchem Teilchen getroffen werden kann. Dazu wird eine gedachte Kugel um das Raumfahrzeug in eine festgelegte Anzahl von Abschnitten zerlegt. Die Senkrechte auf jeder dieser Teilflächen ergibt einen Richtungsvektor. Mit diesen Richtungen und mit Hilfe eines „Hidden Surface Algorithm“ wird bestimmt, ob und welche Wand von Teilchen aus einer dieser Richtungen getroffen wird. Der Algorithmus berücksichtigt dabei Teilabschattungen. Abbildung 3.2 zeigt diesen Effekt. Die hintere Wand wird teilweise von der vorderen verdeckt, so dass ein Partikel nur einen Teil treffen kann. Nachdem das Programm bestimmt hat, welche Fläche mit welchem Flächeninhalt aus welcher Richtung gefährdet ist, wird die Verteilung der eintreffenden Partikel bestimmt.

Zur Berechnung der Verteilung von Weltraumtrümmern werden sogenannte Debris-Modelle verwendet. Sie liefern Informationen über Masse, Geschwindigkeit und räumliche Verteilung der Partikel. Sie berücksichtigen dabei die Bahndaten des Raumflugzeuges und den Missionszeitraum. Das am weitesten verbreitetste ist das Modell der NASA mit dem Namen ORDEM. Die erste Version wurde 1991 veröffentlicht, es folgten verbesserte Modelle in den Jahren 1996 und 2000. Neben diesem für die ISS vorgeschriebenen Modell gibt es noch das MASTER-Modell der ESA, dessen aktuellste Version aus dem Jahr 2002 stammt. Daneben gibt es Meteoriten-Modelle, die ähnliche Aussagen über Mikrometeoriten liefern.

Die Modelle berechnen den Flux (Fluss) ( $F$ ) von Partikeln pro Quadratmeter und Jahr für ein vorgegebenes Orbit und Zeitfenster. Die Berechnungen beruhen auf statistischen Modellen und in-situ Messungen, insbesondere an den Satelliten LDEF, Eureka und Teilen des

Hubble-Teleskops. Die Flüsse werden in Abhängigkeit vom Partikeldurchmesser, der Richtung und der Geschwindigkeit angegeben. Damit ermöglichen die Modelle eine Aussage, wie viele Teilchen einer gewissen Größe aus welcher Richtung pro Jahr auf das Raumfahrzeug auftreffen. Die Weltraumtrümmer befinden sich in einer Umlaufbahn um die Erde, so dass die größte Wahrscheinlichkeit für ihr Auftreten in der Orbitalebene, also von vorne und von der Seite, besteht. Von hinten kommende Partikel haben eine sehr geringe Relativgeschwindigkeit, so dass nur wenige das Raumfahrzeug einholen. Von oben und von unten besteht nur eine geringe Wahrscheinlichkeit durch Partikel auf elliptischen Umlaufbahnen. Zur Bewertung, welche Flächen wie stark gefährdet sind, wird der Flux Concentration Factor  $k$  verwendet. Dabei wird der Flux für eine Fläche auf den mittleren Fluss für das ganze Raumfahrzeug bezogen. Für eine Kugel ist in Abbildung 3.3 der Flux Concentration Factor von Partikeln aller Größen auf kreisförmigen Umlaufbahnen dargestellt. Deutlich ist der „Regen-Effekt“ zu erkennen. Durch die Eigengeschwindigkeit der Kugel wird die Verteilung in linker und rechter Richtung ähnlich geändert wie bei einem Menschen, der durch Regen mit starkem Gegenwind geht.

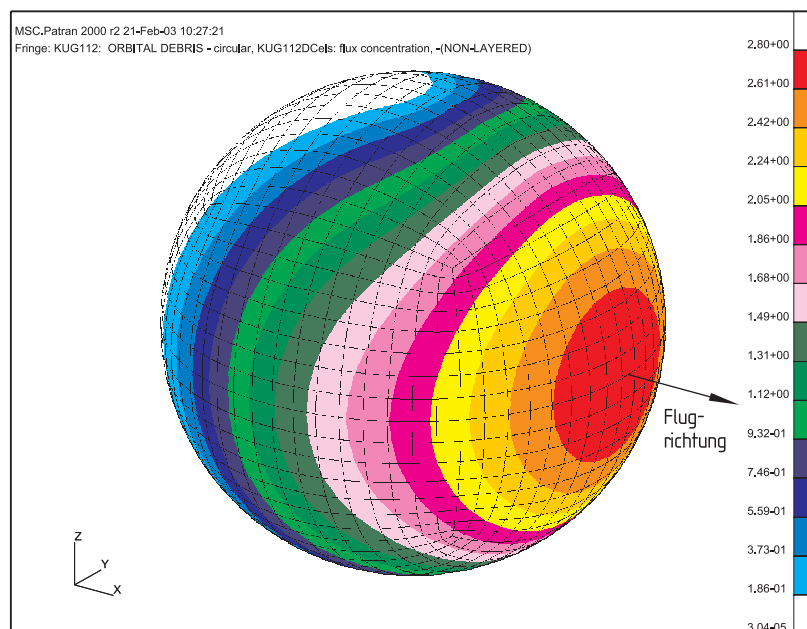


Abbildung 3.3: Flux Concentration Factor von Debrispartikeln auf eine Kugel nach NASA-Modell ORDEM91 ( $x$ -Achse ist die Flugrichtung)

Mikrometeoriten befinden sich nicht auf Erdumlaufbahnen und können daher aus allen Richtungen auftreten. Einzig die Erde bietet eine Abschattung für einige Richtungen, wie es in Abbildung 3.4 dargestellt ist.

Mit den vorangegangenen Schritten kann die Bedrohung für das Raumfahrzeug durch Mikrometeoriten und Space Debris bestimmt werden. Mit Hilfe von Schadensgleichungen wird bestimmt, wie groß der Durchmesser eines Partikels mit einer gewissen Geschwindigkeit sein muss, damit er eine gegebene Wand durchschlägt. In der Raumfahrt werden heute vornehmlich drei verschiedene Wand- oder Schutzschildkonfigurationen verwendet. Das einfachste ist die sogenannte Single Wall. Bei dieser arbeitet die äußere Hülle des Raumfahrzeugs als Schutz gegen den Einschlag von Partikeln. Dieses System bietet nur einen geringen Schutz

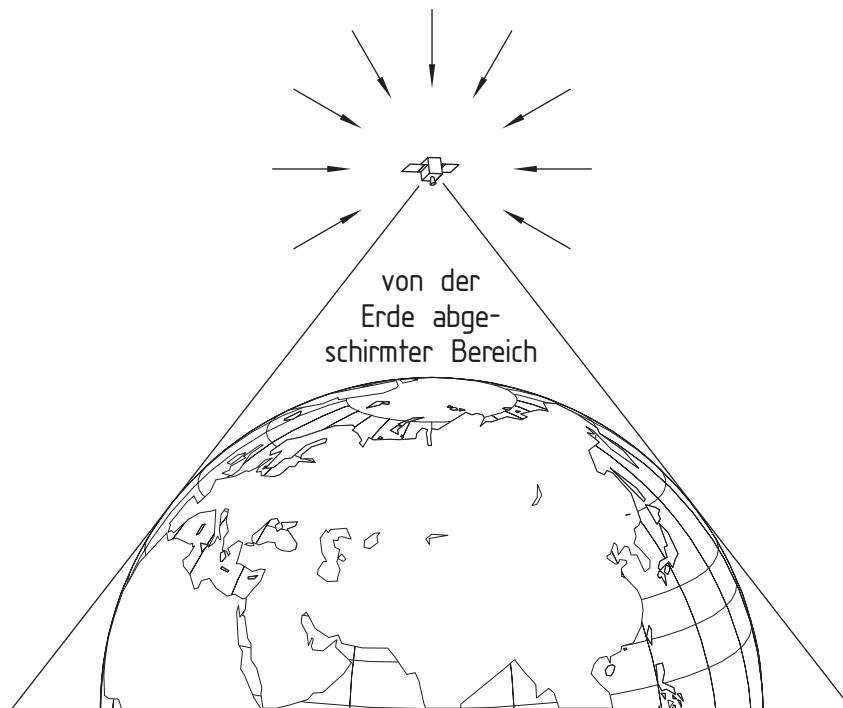


Abbildung 3.4: Abschattung von Mikrometeoriten durch die Erde

gegen Partikel mit hohen Geschwindigkeiten. Sie werden vor allem für unbemannte Satelliten eingesetzt, die keinen besonderen Schutz benötigen.

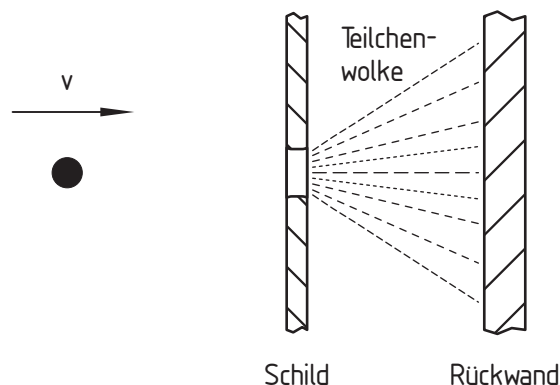


Abbildung 3.5: Funktionsweise einer Double Wall Konfiguration

Für lange Satellitenmissionen mit wertvoller Nutzlast und bemannte Missionen werden vor der Außenwand ein oder zwei weitere Wände angebracht (Double bzw. Triple Wall oder auch Mehrwandsysteme, siehe Abbildung 3.5 und 3.7). Diese Schilde haben keine strukturelle Aufgabe, sondern dienen dem Schutz des Raumfahrzeuges. Ihre Wirkung, in Abbildung 3.5 dargestellt, besteht darin, dass ab einer Geschwindigkeit von ca.  $3 \text{ km/s}$  das auftreffende Teilchen von diesem Schild in kleine Teilchen zerlegt wird. Bei höheren Geschwindigkeiten als  $3 \text{ km/s}$  schmelzen bzw. verdampfen Teile des Partikels. Hinter dem Schild bildet sich eine Teilchen-, Tröpfchen- bzw. Dampf wolke, die sich auffächert und eine größere Fläche der Außenwand trifft. Diese wird dadurch geringer belastet. Mit diesem Effekt sind Mehr-

wandsysteme in der Lage einen besseren Schutz bei höheren Geschwindigkeiten zu bieten (siehe Abbildung 3.6). Bei geringeren Geschwindigkeiten reicht die kinetische Energie des Partikels nicht um sich selbst zu zerlegen. Daher unterscheiden sich die erforderlichen Rückwanddicken zwischen Ein- und Mehrwandsystemen bei gegebenem Teilchendurchmesser für geringe Geschwindigkeiten wenig (Abb. 3.6). Triple Wall Konfigurationen werden nur bei bemannten Missionen verwendet, die eines hohen Schutzes bedürfen. Ein Beispiel ist das europäische COLUMBUS-Modul [56] für die Raumstation ISS. Ihre Wirkungsweise ist die gleiche wie bei Double Wall Systemen, nur dass durch das zweite Schild die Zerstörung des Partikels verbessert wird.

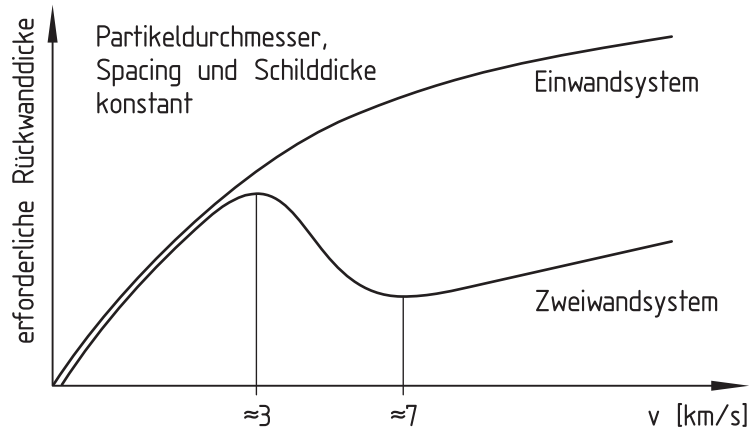


Abbildung 3.6: Erforderliche Rückwanddicke zur Abwehr eines Partikels als Funktion der Impactgeschwindigkeit

Mit den soweit vom Programm bestimmten Daten kann die Anzahl der Durchschläge für das Raumfahrzeug berechnet werden. Für jede Wand werden die Flüsse der Partikel, die die Wand durchschlagen mit der für diese Partikel sichtbaren Fläche multipliziert und über der Missionszeit integriert. Die Summierung über alle Wände ergibt schließlich die Zahl der Durchschläge  $N$  für das Raumfahrzeug während der Mission. Daraus kann die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, dass kein Durchschlag während der Mission erfolgt. Die angegebene Näherung gilt nur für kleine  $N$ .

$$p = e^{-N} \approx 1 - N \quad (3.1)$$

Damit ist die Risikoanalyse eines Raumfahrzeuges abgeschlossen. Während der Berechnung müssen in jedem Fall die Flächen der Wände berechnet werden. Daher kann im Laufe der Rechnung relativ einfach die Strukturmasse bestimmt werden. Dazu wird die Fläche mit der Dicke und der Dichte multipliziert. Dies kann sowohl für die Rückwand als auch für die Schilde geschehen. Einzig der Einfluss eines veränderten Abstandes zwischen den Wänden von Mehrwandsystemen erfordert weitergehende Überlegungen, die im folgenden Kapitel erläutert werden.

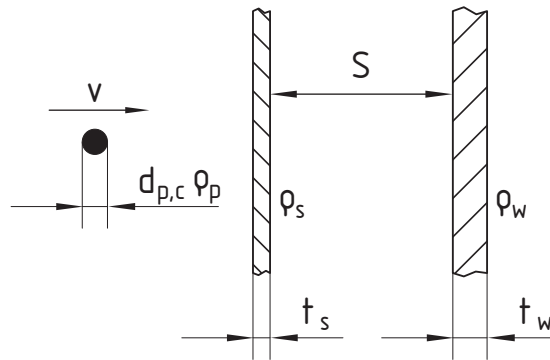


Abbildung 3.7: Prinzipieller Aufbau eines Zweiwandsystems

## 3.2 Massenanalyse

Für die Berechnung der Sturkturmasse müssen die Einflüsse der Parameter berücksichtigt werden, die das Schutzsystem definieren. Die Parameter sind in Abbildung 3.7 dargestellt. Im Einzelnen sind es:

- Dicken der Rückwand und der Schilde
- Fläche des Schutzsystems

Es wird angenommen, dass Schilde und Rückwand die gleichen Oberflächen haben. Dies gilt für gekrümmte Oberflächen nur näherungsweise. Da jedoch typische Raumfahrzeuge mit Zweiwand-Schutzsystemen Durchmesser im Bereich einiger Meter haben, während der Abstand zwischen Rückwand und Schilden um mindestens eine Größenordnung kleiner ist, ist diese Näherung zulässig.

- Dichten der Rückwand und der Schilde
- Abstand zwischen Rückwand und Schild bzw. zwischen erstem und zweitem Schild

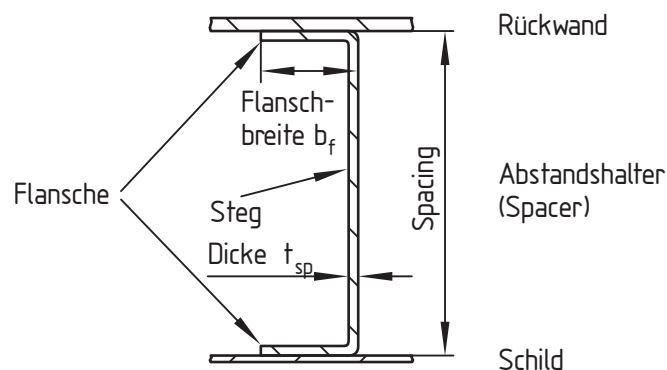


Abbildung 3.8: Prinzipskizze der Spacergeometrie mit Bezeichnungen und Maßen

In den folgenden Abschnitten werden Berechnungsformeln, zum Teil mit Hilfe von Näherungen, für die verschiedenen Schutzsysteme aufgestellt. Die Berechnungsvorschriften wurden



zusätzlich in das Programm MDPANTO integriert, da im Programm alle nötigen Informationen bekannt sind bzw. berechnet werden. Insbesondere die Berechnung der Flächen ist nicht trivial, so dass durch diese Vorgehen eine doppelte Implementierung vermieden wird, die zu einer höheren Anzahl an möglichen Fehlern führen würde.

### 3.2.1 Single Wall

Für die Einwandsysteme sind nur die Fläche, Dichte und Dicke der Rückwand zu berücksichtigen. Damit ergibt sich die Formel für die Masse einer Wand:

$$m_{Wand\ i} = \varrho_i A_i t_{w\ i} \quad (3.2)$$

Mit einer Summierung über alle Flächen ergibt sich die Masse des Schutzsystems für das gegebene Raumfahrzeug zu:

$$m = \sum_i \varrho_i A_i t_{w\ i} \quad (3.3)$$

### 3.2.2 Double Wall

Für Zweiwandsysteme kann die Masse der Rückwand und des Schildes einzeln nach Gleichung (3.2) unter Berücksichtigung der jeweilig gültigen Größen bestimmt werden. Mit einer Summierung über alle Flächen ergibt sich die Masse der Wände des Raumfahrzeugs:

$$m = \sum_i A_i (\varrho_{w,i} t_{w\ i} + \varrho_{s,i} t_{s\ i}) + f(\text{Spacing}) \quad (3.4)$$

In Gleichung (3.4) ist der fehlende Einfluss des Abstands zwischen Rückwand und Schild bereits angedeutet. Eine Erhöhung des Spacings  $S$  wird zu einer gewissen Erhöhung der Masse führen. Um diesen Einfluss quantitativ zu erfassen muss die Konfiguration des Abstandshalters (Spacer) bekannt sein. In der konkreten Ausführung bei Raumfahrzeugen variiert diese jedoch stark. Sie hängt unter anderem von Durchbrüchen für Leitungen oder außen angebrachte Komponenten (z. B. Antennen oder Lageregeldüsen) ab [16]. Da in der Literatur wenige Detailinformationen zu finden sind, wird an dieser Stelle eine überschlägige Auslegung für eine typische Spacerform durchgeführt. Damit wird eine Näherungsformel erarbeitet, die den Einfluss eines geänderten Abstandes erfasst. Da eine Optimierung des Schutzsystems in der Regel zu einem frühen Zeitpunkt des Projektes durchgeführt wird, ist diese Näherung ausreichend. Darüber hinaus kann für den Fall, dass eine konkrete Spacerkonfiguration bekannt ist, diese leicht in eine Massenfunktion umgesetzt werden.

Die gewählte Spacergeometrie ist in Abbildung 3.8 dargestellt. Der Wert des Spacings  $S$  wird durch die Definition des Schutzsystems bestimmt. Die Flanschbreite  $b_f$  wird durch die Befestigungsart festgelegt. Es wird angenommen, dass der Spacer eine konstante Wanddicke  $t_{sp}$  hat. Diese wird durch äußere Lasten auf die Struktur festgelegt. Der Spacer muss diese ertragen und darf gleichzeitig eine Mindestdicke nicht unterschreiten, die auf 1,5 mm festgelegt wird. Es gibt drei Hauptanforderungen an eine Raumfahrtstruktur, die hier zur Dimensionierung herangezogen werden [15]:

- eine minimale Eigenfrequenz darf nicht unterschritten werden (hohe Vibrationslasten während des Starts)
- die Beschleunigungen während des Starts dürfen nicht zu dauerhaften Verformungen führen
- die thermischen Lasten im Orbit müssen ertragen werden

Zur Definition der Lasten wird das ASAP Manual von Arianespace verwendet [57]. Es dient zur strukturellen Auslegung von Kleinsatelliten, die Huckepack mit der Ariane 5 transportiert werden, wenn die Hauptnutzlast zusätzliche Kapazitäten zulässt. Aus diesem Handbuch ergibt sich als kritische Eigenfrequenz  $f = 45 \text{ Hz}$ , die maximale Beschleunigung beträgt  $7,5 g$ . Für die Temperaturunterschiede im Orbit wird ein  $\Delta T$  von  $200 \text{ K}$  verwendet [58].

### 3.2.2.1 Frequenzrandbedingung

Mit Hilfe der Frequenzrandbedingung kann die Anzahl der Spacer bestimmt werden. Ein Schild ist als Platte aufzufassen, die vor allem niedrige Biegeeigenfrequenzen zeigen wird. Um dies zu verhindern, muss die Struktur durch eine geeignete Zahl an Spacern in kleine Felder unterteilt werden. Das Vorgehen ist in Abbildung 3.9 dargestellt. Die Spacer werden in einer Richtung verteilt. Durch die Fixierungspunkte entstehen kleinere Felder, die höhere Eigenfrequenzen haben als die gesamte Platte. Die Einzelfelder werden als quadratisch angenommen. Diese Art der Aufteilung ist sowohl für die Anwendung auf ebene Raumfahrzeugflächen als auch auf die Mantelflächen eines zylindrischen Moduls, beispielsweise der ISS, geeignet.

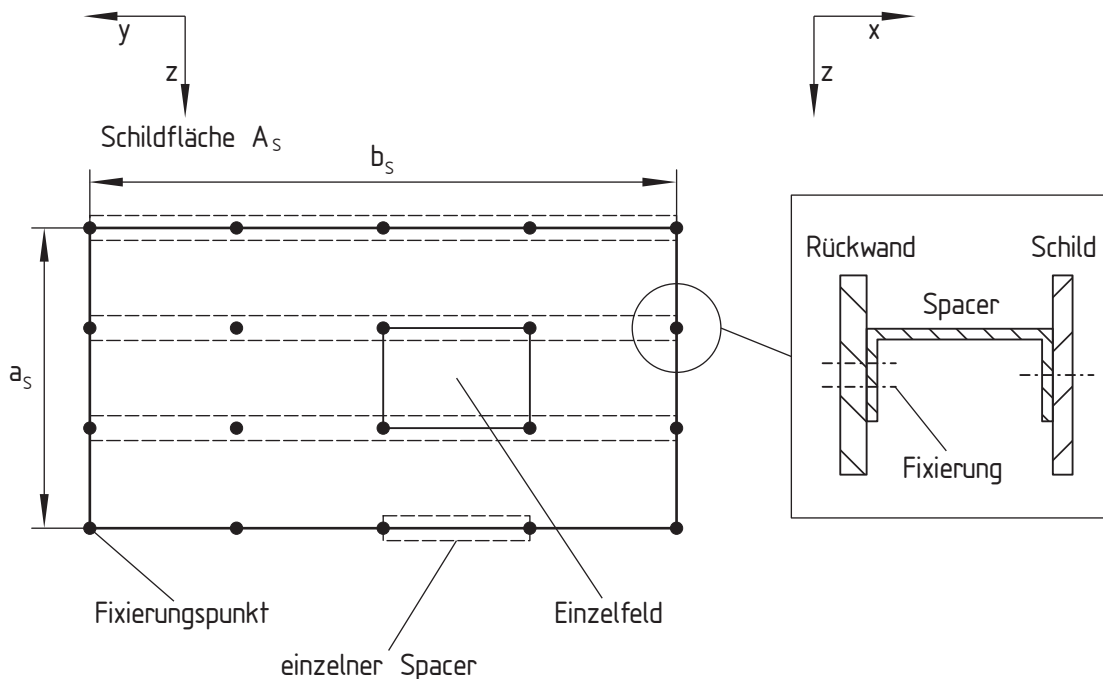


Abbildung 3.9: Anordnung der Spacer und Unterteilung in Felder

Mit Hilfe von geeigneten Formeln aus der Literatur kann die Breite  $b$  der Einzelfelder so bestimmt werden, dass die Frequenzrandbedingung erfüllt wird. Leissa [59] gibt für den Fall

einer quadratischen Platte, die an zwei gegenüberliegenden Enden fest eingespannt und an den anderen frei ist, die folgende Formel für die niedrigste Eigenkreisfrequenz an:

$$f = \frac{f_{bw}}{2\pi b^2} \sqrt{\frac{k_B}{\varrho_s t_s}} \quad (3.5)$$

Mit der Biegesteifigkeit

$$k_B = \frac{Et_s^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.6)$$

und dem Frequenzbeiwert  $f_{bw} = 22,17$  [59] ergibt sich die Kantenlänge des Einzelfeldes:

$$b = \sqrt{\frac{f_{bw}}{2\pi f}} \sqrt{\frac{k_b}{\varrho_s t_s}} \quad (3.7)$$

Die Anzahl der Spacer und der Fixierungspunkte ergibt sich aus der Kantenlänge des Schildes  $b_s$  und dem Wert für  $b$ . Die berechnete Anzahl ist auf den nächst höheren Wert aufzurunden um die Frequenzrandbedingung einzuhalten.

### 3.2.2.2 Startlasten

Der Spacer wird als Kragbalken angesehen, der an seinem freien Ende durch die Querkraft aus der Massenträgheit des Schildes belastet wird. Für die Kraft gilt:

$$F_g = \frac{1}{2} \varrho_s b^2 t_s (7,5 + 1) g \quad (3.8)$$

Die Breite  $b$  ergibt sich aus dem vorangegangenen Berechnungsschritt, wobei die Anzahl der Spacers eine ganze Zahl sein muss, so dass  $b$  kleiner gleich dem mit (3.7) berechneten Wert sein muss. Das Beschleunigungsvielfache muss um 1 erhöht werden, um die Erdanziehung zu berücksichtigen. Da die Last eines Einzelfeldes auf zwei Spacer verteilt wird, muss die Last halbiert werden. Die maximale Spannung tritt im Einspannquerschnitt auf, also an der Rückwand. Sie ergibt sich zu [60]:

$$\sigma_{max} = \frac{F_g S}{W_y} \quad (3.9)$$

Für die gewählte Geometrie ergibt sich das Widerstandsmoment zu:

$$W_y = \left( \frac{2b_f t_{SP}^3 + t_{SP} S^3}{12} + 2 b_f t_{SP} \frac{S^2}{4} \right) \frac{S}{2} \quad (3.10)$$

Die zulässige Spannung für den Spacer hängt vom gewählten Material ab und sollte mit einem Sicherheitsfaktor belegt werden.

### 3.2.2.3 Thermische Lasten

Durch die unterschiedlichen Temperaturen im Orbit wird sich das Schild ausdehnen und zusammenziehen. Die Rückwand wird dies in geringerem Umfang tun, da sie von der Sonneneinstrahlung durch das Schild abgeschirmt ist. Bei gleichen Temperaturen und gleichen thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_T$  würden keine Spannungen auftreten. Hier wird vereinfachend angenommen, dass die Rückwand die minimale Temperatur beibehält. Dadurch muss der volle Temperaturunterschied von 200 K berücksichtigt werden. Die thermische Dehnung ist gegeben durch

$$\varepsilon_T = \alpha_T \Delta T \quad (3.11)$$

Daraus ergibt sich unter Voraussetzung, dass die thermische Dehnung vollständig behindert wird, die Kraft auf den Spacer:

$$F_T = \sqrt{2} \frac{1}{2} E_s \varepsilon_T b t_s \quad (3.12)$$

Der Faktor  $\frac{1}{2}$  trägt der Tatsache Rechnung, dass das Einzelfeld an zwei Spacer angeschlossen ist. Mit dem Faktor  $\sqrt{2}$  wird berücksichtigt, dass die Ausdehnung in beide Plattenrichtungen erfolgt. Mit der so berechneten Kraft und den Formeln (3.9) und (3.10) kann die Spannung an der Rückwand bestimmt werden. Sie muss genauso wie bei den Startlasten mit maximal zulässigen Spannung unter Beachtung eines Sicherheitsfaktors verglichen werden.

### 3.2.2.4 Bestimmung einer Näherungsfunktion für die Spacermasse

Mit diesen Berechnungsvorschriften wird ein typisches Schild analysiert und daraus eine Näherungsfunktion für den Masseneinfluss des Spacings bestimmt. Dazu wird eine Wand eines Raumfahrzeuges untersucht mit den Maßen 2000 mm  $\times$  2000 mm, was einer typischen Außenwand eines kommerziellen Satelliten entspricht. Als Material ist Aluminium von Typ 7075T73 (3.4374) [61] gewählt worden, wie es vielfach in der Luft- und Raumfahrt verwendet wird. Die benötigten Materialparameter sind in Tabelle 3.1 dargestellt.

Parameter	Wert
Dichte $\varrho$ [ $kg/m^3$ ]	2700
E-Modul $E$ [ $N/mm^2$ ]	68670
Querkontraktionszahl $\nu$ [–]	0,34
Wärmeausdehnungskoeffizient $\alpha_T$ [ $1/K$ ]	$23,86 \cdot 10^{-6}$
Streckgrenze $\sigma_{0,2}$ [ $N/mm^2$ ]	450

Tabelle 3.1: Materialparameter für Aluminium 7075T73 [61]

Die maximal zulässige Spannung wurde auf das 0,75-fache der Streckgrenze festgelegt. Die Masse der Befestigungselemente wurde durch Abschätzung an M4-Schrauben bestimmt. Mit einer Schilddicke von 0,8 mm und einer Flanschbreite von 15 mm ergibt sich der in Abbildung 3.10 dargestellte Verlauf für die Masse des Spacers. Im Diagramm ist die Masse des

Spacers auf die Masse des Schildes bezogen. Da die Masse der Flansche und der Befestigungsmittel als Konstanten eingehen, ergibt sich auch für Null Spacing eine Zusatzmasse. In dieser und in weiteren untersuchten Konfigurationen ergaben sich Nichtlinearitäten nur für sehr kleine Spacings (in der Abbildung nicht erkennbar). Da diese technisch nicht sinnvoll sind, kann die Masse des Spacings durch eine lineare Funktion beschrieben werden. Bei sehr kleinen Spacings kann die Teilchenwolke sich nicht auffächern, so dass die Wirkung des Schildes nicht vollständig gewährleistet ist.

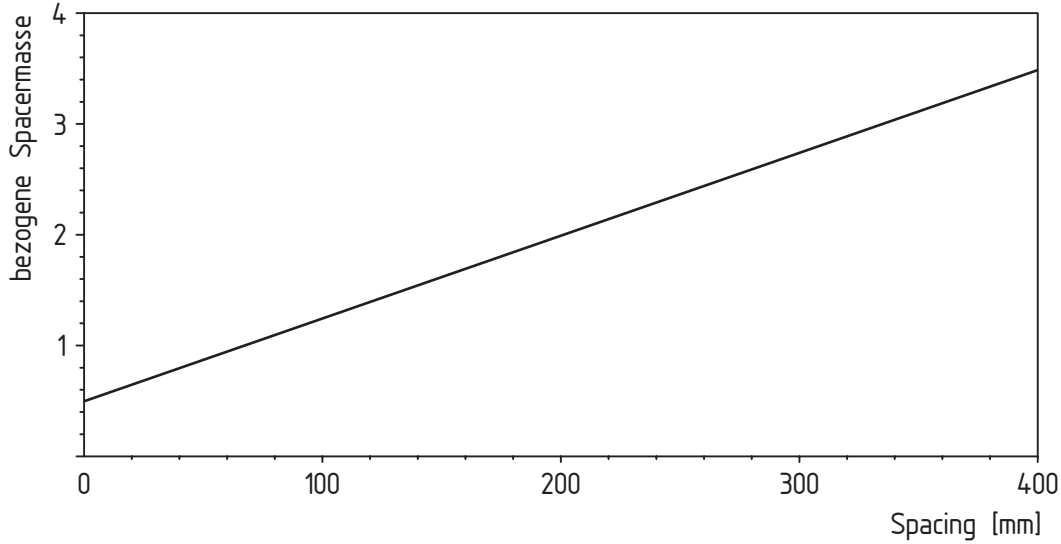


Abbildung 3.10: Masse des Spacers bezogen auf die Masse des Schildes als Funktion des Spacings

Für die lineare Näherung der Massenfunktion wird folgende Formel verwendet:

$$m_{SP} = m_s \left( k_{m1} + k_{m2} \frac{S}{10} \right) \quad (3.13)$$

Das Spacing  $S$  wird dabei in Zentimetern angegeben, wie es im Bereich Space Debris üblich ist [47, 56, 62]. Aus Abbildung 3.10 ergeben sich die folgenden Werte für die Gleichung [15]:

- $k_{m1}=0,4973$
- $k_{m2}=0,75$

Für die Masse des Schutzsystems ergibt sich damit der Zusammenhang:

$$m = \sum_i A_{iQ_{w,i}} t_{wi} + A_{iQ_{s,i}} t_{si} \left( 1 + k_{m1} + k_{m2} \frac{S_i}{10} \right) \quad (3.14)$$

Für andere Querschnittsgeometrien oder Konfigurationen kann mit einer analogen Vorgehensweise eine Massenfunktion bestimmt werden, sofern nicht durch eine konkret vorgegebene Konfiguration eine Massenfunktion direkt bestimmt werden kann. In Gleichung (3.14) können für verschiedene Wände  $i$  unterschiedliche Parameter verwendet werden. Dieser Ansatz wird hier nicht weiter verfolgt, daher ist auf eine entsprechende Indizierung verzichtet worden.

### 3.2.3 Triple Wall

Die Überlegungen des vorangegangenen Kapitels können direkt auf Dreiwandsysteme übertragen werden. Dazu wird die Masse des äußeren Spacers mit Hilfe der Daten für das äußere Schild und Gleichung (3.13) bestimmt. Anschließend wird die Masse des inneren Spacers mit den Massen des äußeren Schildes und Spacers, der Parameter des inneren Schildes und der Gleichung (3.13) bestimmt. Damit ergibt sich die Masse des Dreiwandsystems zu:

$$m = \sum_i \left( A_{iQw,i} t_{wi} + \left( A_{iQs1,i} t_{s1i} \left( 1 + k_{m1} + k_{m2} \frac{S_{s1i}}{10} \right) + A_{iQs2,i} t_{s2i} \right) \cdot \left( 1 + k_{m1} + k_{m2} \frac{S_{s2i}}{10} \right) \right) \quad (3.15)$$

Auch hier ist es möglich für verschiedene Wände sowie für innere und äußere Schilde unterschiedliche Parameter zu verwenden.

## 3.3 Schutzgleichungen

Zur Risikoanalyse von Raumfahrzeugen bezüglich Weltraumtrümmern und Mikrometeoriten ist es nötig den Partikeldurchmesser zu bestimmen, der ein gegebenes Schutzsystem bei einer ebenfalls gegebenen Geschwindigkeit durchschlägt. Dazu werden sogenannte Schutzgleichungen (Ballistic Limit Equations) verwendet. Sie werden üblicherweise in zwei Varianten angegeben. Die eine berechnet den kritischen Partikeldurchmesser, während die andere die benötigte Dicke der Rückwand bei ansonsten gegebenen Parametern berechnet (sog. Sizing Equation).

Es gibt eine Vielzahl solcher Gleichungen, die in der Literatur dokumentiert sind. Die meisten Gleichungen unterscheiden zwischen drei Geschwindigkeitsbereichen (vgl. Abb. 3.6) und verwenden völlig verschiedene Gleichungen für die Bereiche [56]:

- ballistischer Bereich (bis ca. 3 km/s)
- Shatter Bereich (zwischen 3 und 7 km/s)
- Hypervelocity Bereich (über 7 km/s)

Besonders weit verbreitet sind die Gleichungen von Cour-Palais [63] und Christiansen [62].

Die Geschwindigkeiten der auftreffenden Partikel erreichen über 20 km/s. Diese Geschwindigkeitsbereiche sind experimentell sehr schwer zu erreichen. Es gibt Versuchsanlagen, die kleinste Metallpartikel mittels elektrischer oder magnetischer Felder auf solche Geschwindigkeiten beschleunigen können. Die Partikelmassen sind dabei jedoch so gering, dass eine realistische Überprüfung der Schutzsysteme nicht möglich ist. Leichtgaskanonen verwendet in der Regel einen Detonationstreiber als erste Stufe und als zweite ein hochverdichtetes Wasserstoffgas (Drücke bis zu 10000 bar). Damit werden Geschossmassen von 5 g bei bis zu 9 km/s erreicht. Hierdurch ist eine Überprüfung der Schutzsysteme nur im unteren Geschwindigkeitsbereich möglich. Für beide Beschleuniger ist der Aufwand für einen Versuch

sehr hoch. Es bestehen also große Schwierigkeiten experimentelle Daten zu erzeugen, um die Ballistic Limit Equations zu validieren und zu verifizieren.

Um eine sinnvolle Optimierung durchführen zu können, müssen die Schutzgleichungen eine Reihe von Kriterien erfüllen. Diese sind größtenteils selbstverständlich. Es wird jedoch im Folgenden gezeigt, dass wenige Gleichungen diese Kriterien erfüllen. Neben der schwierigen experimentellen Überprüfung ist auch die komplexe Physik von Aufschlägen bei diesen Geschwindigkeiten für die relativ schwache Wiedergabe der physikalischen Zusammenhänge durch die Schutzgleichungen verantwortlich. Zur Bewertung und Auswahl der verwendbaren Schutzgleichungen wird zunächst eine Liste mit Kriterien zusammengestellt. Anschließend werden weit verbreitete Schutzgleichungen anhand dieser Kriterien beurteilt.

### 3.3.1 Kriterien für die Eignung bei Optimumsproblemen

Um eine sinnvolle Optimierung durchführen zu können, müssen die Schutzgleichungen zwei generelle Kriterien erfüllen:

- Sie müssen alle zu optimierenden Variablen umfassen.
- Ihr Gültigkeitsbereich muss so groß wie möglich sein.

Der erste Punkt ist nötig, da eine Variable, die nicht in der Schutzgleichung auftaucht, während der Optimierung auf den Minimalwert gesetzt wird. Damit wird die minimale Masse erzielt, ohne dass die verwendeten Gleichungen eine Verschlechterung des Schutzes bestimmen würden. Der zweiten Punkt ist nötig um zu vermeiden, dass der Gültigkeitsbereich der Schutzgleichung das Ergebnis bestimmt und nicht der benötigte Schutz. Beide Punkte sollen an einem kurzen Beispiel erläutert werden.

Es werden die Dicken der Rückwände und der Schilde eines Würfels mit einem Zweiwand-schutzsystem optimiert. Dabei werden nur Einschläge von Mikrometeoriten berücksichtigt. Die maximal zulässige Zahl an Durchschläge wird auf  $N_{zul} = 10^{-3}$  gesetzt und es werden zuerst die Gleichungen nach Christiansen (s.u.) verwendet. Sie beinhalten nicht ausdrücklich die Schilddicke im Hypervelocity Bereich. Tabelle 3.2 zeigt in den linken beiden Spalten die Ergebnisse dieser Optimierung. Die Schilddicken sind alle auf dem vorgegebenen Minimalwert von 0,01 mm. Physikalisch bedeutet dies, dass ein Schild nicht mehr vorhanden ist. Die Gleichung nehmen dies jedoch an. Es gibt bei Christiansen eine Bedingung für die Gültigkeit der Schutzgleichungen. Das Verhältnis zwischen Schilddicke und Partikeldurchmesser darf nicht kleiner als 0,2 sein. Wird diese Randbedingung während der Optimierung geprüft und eingehalten, erhält man die Werte der mittleren beiden Spalten. Es ist zu erkennen, dass sich sinnvollere Schilddicken ergeben.

Für den dritten Fall sind Gleichungen verwendet worden, die die Schilddicke berücksichtigen. Damit sind die Ergebnisse der letzten beiden Spalten erzielt worden. Auch hier ergeben sich sinnvolle Schilddicken. Vergleicht man den Mittelwert der letzten beiden Fälle als Maß für die Masse, fällt auf, dass im dritten Fall eine Masseneinsparung von 12% erzielt wurde. Im zweiten Fall ist das Optimierungsergebnis nicht durch den nötigen Schutz bestimmt worden, sondern durch den Gültigkeitsbereich der Formeln.

Wand	Christiansen		Christiansen mit Einschränkungen		Modifizierte Cour-Palais	
	$t_w$ [mm]	$t_s$ [mm]	$t_w$ [mm]	$t_s$ [mm]	$t_w$ [mm]	$t_s$ [mm]
vorne	2,07	0,01	2,22	1,53	2,00	0,84
hinten	1,03	0,01	0,78	1,21	0,91	0,85
rechts	2,26	0,01	1,31	1,00	1,25	0,83
links	1,84	0,01	1,31	1,00	1,25	0,83
oben	1,10	0,01	1,65	1,19	1,75	0,81
unten	1,25	0,01	0,65	1,00	0,98	0,85
Mittelwert	1,60		2,48		2.19	

Tabelle 3.2: Optimierungsergebnisse für einen Würfel mit Zweiwandschutzsystem unter Verwendung verschiedener Schutzgleichungen

### 3.3.1.1 Zwingende Kriterien

Zunächst sollen Kriterien bestimmt werden, die die Schutzgleichungen erfüllen müssen, um überhaupt eine sinnvolle Optimierung durchführen zu können. Für den Fall, dass keine Gleichungen zur Verfügung stehen, die diese Kriterien erfüllen, kann eine Optimierung nicht durchgeführt werden.

Die Schutzgleichungen müssen, wie schon erwähnt, die Optimierungsvariablen berücksichtigen. Für die hier untersuchten Fälle sind dies:

- Dicke der Rückwand
- Dicke des äußeren Schildes (nur für Double und Triple Wall Konfigurationen)
- Dicke des inneren Schildes (nur für Triple Wall Konfigurationen)
- Abstand (Spacing) zwischen Rückwand und nächstem Schild (nur für Double und Triple Wall Konfigurationen)
- Abstand (Spacing) zwischen den beiden Schilden (nur für Triple Wall Konfigurationen)
- Material der Rückwand
- Material des äußeren Schildes (nur für Double und Triple Wall Konfigurationen)
- Material des inneren Schildes (nur für Triple Wall Konfigurationen)

Das zweite zwingende Kriterium ist der Geltungsbereich der Gleichungen. Wie schon gezeigt, ist ein großer Geltungsbereich wichtig für das Optimierungsergebnis. Die Bewertung des Gültigkeitsbereich ist nicht einfach, da er vielfach in Abhängigkeit von anderen Parametern wie zum Beispiel dem Durchmesser des auftreffenden Partikels angegeben wird.

Obwohl derzeit keine Schutzgleichung einen solchen Geltungsbereich besitzt, kann der optimale Gültigkeitsbereich von Ballistic Limit Equations beschrieben werden. Ausgehend von den Gleichungen für eine Single Wall sollte die Gleichung in der Lage sein, den kritischen Partikeldurchmesser zu berechnen, wenn die Wanddicke gegen Null geht. Auf der andere Seite sollte ein unendlicher Partikeldurchmesser bestimmt werden, wenn die Rückwand unendlich



dick wird. Für ein Zweiwandsystem sollte die Gleichung gegen die Single Wall Gleichung konvergieren, wenn entweder das Spacing oder die Schilddicke gegen Null geht. Gleiches gilt, wenn die Schilddicke gegen unendlich geht, dann wird das Teilchen alleine durch das Schild gestoppt. Für große Spacings ist die Situation nicht ganz klar. Es hängt davon ab, ob das Teilchen in feste Einzelteile zerlegt, geschmolzen, verdampft wird oder intakt bleibt. Um das Verhalten beschreiben zu können, wären weitere experimentelle Untersuchungen nötig.

Obwohl in dieser Arbeit die Materialauswahl nicht optimiert werden soll, ist es in der obigen Liste aufgeführt, damit sie so vollständig wie möglich ist. Das verwendete Optimierungsverfahren ist in der Lage auch die Materialauswahl zu optimieren. Dies wird nicht verfolgt, da die Schutzgleichungen für Aluminium gerade eine ausreichende Qualität für die Optimierung besitzen. Für andere Materialien stehen keine geeigneten Gleichungen zur Verfügung.

### 3.3.1.2 Sinnvolle Kriterien

Um korrekte Risikoanalysen von Raumfahrzeugen durchführen zu können, müssen andere Parameter in den Schutzgleichungen repräsentiert sein. Diese sind für die Optimierung speziell nicht notwendig. Dazu gehören:

- Material des auftreffenden Partikels (Dichte)
- Geschwindigkeit des Partikels
- Winkel des Aufpralls
- Schildkonfiguration

Diese Kriterien geben bekannte Einflüsse auf die Effektivität von Schutzsystemen wieder und sollten daher von den Schutzgleichungen berücksichtigt werden. Sie werden zur allgemeinen Bewertung der Schutzgleichungen herangezogen. Weitere Parameter wie die Form des Partikels [64] oder der Einfluss von Multilayer Isolierung sind hier nicht aufgeführt, da sie zur Zeit noch untersucht werden.

## 3.3.2 Single Wall

Für Einwandsysteme ist die einzige relevante Optimierungsvariable die Dicke der Rückwand. Da sie in fast allen Gleichungen vertreten ist und es viele verschiedene Gleichungen gibt, wird die Bewertung auf einige weit verbreitete Gleichungen beschränkt. Alle hier nicht aufgeführten Gleichungen, die die Rückwanddicke enthalten, sind für eine Optimierung geeignet.

### 3.3.2.1 Dünne Wände

Die Gleichung für dünne Wände wird aus der halibunendlichen Wand hergeleitet [55,65]. An umfangreichen Versuchen wurde die Kratertiefe in halibunendlichen (sehr dicken) Wänden untersucht. Die Kratertiefe  $p_{\infty}$  kann für die Ermittlung der Schäden an einer dünneren Wand herangezogen werden (siehe Abbildung 3.11). Ist sie um den Faktor drei kleiner als die Wanddicke, kann die Wand als dick angesehen werden. Zwischen den Faktoren 2,2 und 3

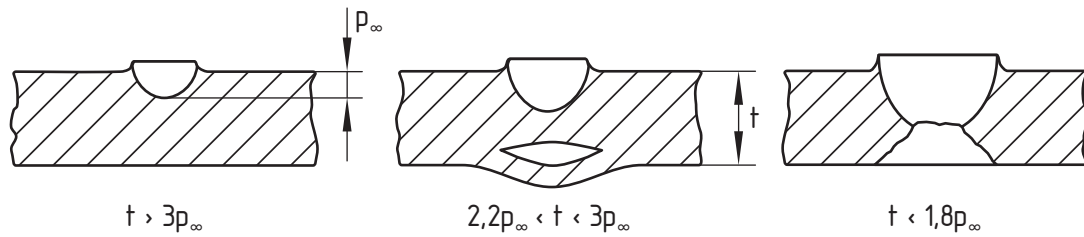


Abbildung 3.11: Zusammenhang zwischen Kratertiefe und Schädigung der Wand

bildet sich an der Rückseite ein Splitter (Spall), die Wand wird jedoch nicht perforiert. Bei einem Faktor von weniger als 1,8 tritt ein Loch in der Wand auf.

Mit diesen Untersuchungen kann der kritische Durchmesser wie folgt berechnet werden:

$$d_p = \left( \frac{6 \pi t_w}{k K_\infty \rho_p^{0.518} v^{2/3}} \right)^{18/19} \quad (3.16)$$

$K_\infty$  hängt vom Material der Rückwand ab, Tabelle 3.3 enthält einige Werte, die in der Literatur angegeben werden [65].  $k$  hängt, wie oben diskutiert, von der Versagensart ab. In Tabelle 3.3 sind die Werte für verschiedene Versagensarten angegeben [66].

$K_\infty$	Material
0.42	Aluminium
0.25	Stahl

Tabelle 3.3: Einfluss des Materials

$k$	Versagensart
$> 3.0$	keine Spallation auf der Rückseite
$> 2.2$	keine abgelöste Spallation auf der Rückseite
$> 1.8$	keine Perforation

Tabelle 3.4: Versagensarten der Rückwand

Der Gültigkeitsbereich dieser Gleichung ist durch die Geschwindigkeit begrenzt, sie sollte nicht im Hypervelocity Bereich eingesetzt werden (normalerweise  $v > 7$  km/s). Mit einem vereinfachten Ansatz kann der Einschlagwinkel berücksichtigt werden, indem nur die senkrechte Komponente berücksichtigt wird:

$$v_n = v \cos \alpha \quad (3.17)$$

Die Gleichung berücksichtigt offensichtlich die Optimierungsvariable  $t_w$ . Das Rückwandmaterial ist durch  $K_\infty$  repräsentiert, allerdings durch so einfach zugängliche Werte wie in der folgenden Gleichung (3.18). Insgesamt ist diese Gleichung für eine Optimierung geeignet.

### 3.3.2.2 Christiansen/Cour-Palais

Christiansen gibt die folgende Gleichung für Einwandsystem an. Sie basiert auf Untersuchungen von Cour-Palais [63].

$$d_p = \left( \frac{t_w H^{1/4} \left( \frac{\rho_w}{\rho_p} \right)^{1/2} \left( \frac{C}{\cos \alpha \cdot v} \right)^{2/3}}{5.24 k} \right)^{18/19} \quad (3.18)$$

Der Faktor  $k$  hat die gleiche Bedeutung und die gleichen Werte wie im vorangegangenen Abschnitt (siehe Tabelle 3.4). Für Verhältnisse der Dichten von Rückwand zu Partikel von weniger als 0,66 wird der Exponent für dieses Verhältnis von  $1/2$  auf  $2/3$  erhöht. Christiansen empfiehlt, den Winkel  $\alpha$  auf maximal  $65^\circ$  zu begrenzen. Ansonsten gibt er keine Grenzen für die Gleichung an [62].

Alle Optimierungsvariablen sind vorhanden, daher ist die Gleichung für die Optimierung geeignet. Das Rückwandmaterial ist in dieser Gleichung durch die Brinell Härte  $H$  und die Schallgeschwindigkeit berücksichtigt. Diese Werte sind einfacher zu erhalten als die Werte für  $K_\infty$  für die vorige Gleichung.

### 3.3.3 Double Wall

Zweiwandsysteme erhöhen die Schutzwirkung im Hypervelocity Bereich dadurch, dass der Partikel in Teile zerlegt wird, die sogar schmelzen oder verdampfen können. Das System wird durch die Rückwanddicke, Schilddicke und den Abstand (Spacing) definiert. Diese Parameter müssen auch in den Gleichungen auftauchen um eine Optimierung zu ermöglichen.

#### 3.3.3.1 Cour-Palais, Christiansen

Cour-Palais and Christiansen haben einen Satz Gleichungen veröffentlicht, mit denen der kritische Durchmesser berechnet werden kann [62, 63]:

$$d_p = 3.918 t_w^{2/3} \rho_p^{-1/3} \rho_s^{-1/9} v_n^{-2/3} S^{1/3} \left( \frac{\sigma_{0,2}}{70} \right)^{1/3} \quad \text{für } v_n > 7 \text{ km/s} \quad (3.19)$$

$$d_p = \left( \left( t_w \left( \frac{\sigma_{0,2}}{40} \right)^{0.5} + t_s \right) / \left( 0.6 (\cos \alpha)^{5/3} \rho_p^{0.5} v^{2/3} \right) \right)^{18/19} \quad \text{für } v_n < 3 \text{ km/s} \quad (3.20)$$

Für Geschwindigkeiten zwischen  $3 \text{ km/s}$  und  $7 \text{ km/s}$  wird eine lineare Interpolation verwendet. Die Streckgrenze  $\sigma_{0,2}$  muss in  $[ksi]$  angegeben werden.

Da die Schilddicke nicht in Gleichung (3.19) eingeht, ist diese Gleichung nicht für die Optimierung geeignet. Wie bereits in Kapitel 3.3.1 an einem Beispiel gezeigt worden ist, ergibt sich damit das Optimum mit dem minimal zulässigen Wert für die Schilddicke. Das Spacing und die Rückwanddicke gehen in die Gleichung ein und können somit optimiert werden.

Die Tendenzen für kleine Werte des Spacings sind nicht richtig. Wenn es gegen Null geht, konvergiert die Gleichung nicht gegen die Single Wall Gleichung 3.18. Ohne den Einfluss der Schilddicke kann die Gleichung nicht die Konvergenz gegen die Single Wall Gleichung zeigen.

Die Grenzen dieser Gleichung gibt Christiansen wie folgt an [62]:

$$\frac{t_s}{d_p} > 0.15 \quad \text{für Gleichung (3.19)} \quad (3.21)$$

$$\frac{S}{d_p} > 15 \quad \text{für Gleichung (3.19)} \quad (3.22)$$

Diese stellen ein weiteres Problem für die Optimierung dar, da es nicht einfach ist, sie während der Berechnung zu prüfen. Wie ebenfalls schon im Beispiel auf Seite 60 ff. gezeigt wurde, führen die Beschränkungen dazu, dass die Masse des Schutzsystems durch die Schutzgleichungen und nicht den physikalisch erforderlichen Schutz bestimmt wird.

Für diese Gleichungen sind eine Vielzahl an Modifikationen veröffentlicht worden, die zusätzliche Effekte berücksichtigen. Viele davon ändern die Faktoren oder Exponenten der Gleichungen. Sofern keine Variablen vernachlässigt oder hinzugefügt werden, gilt die obige Diskussion auch für diese Modifikationen.

### 3.3.3.2 Modifizierte Cour-Palais Gleichungen

Reimerdes hat Änderungen an den Gleichungen von Cour-Palais innerhalb einer ESA/ESTEC Technologie Studie für das COLUMBUS Projekt vorgeschlagen um den Einfluss der Schilddicke einzuführen [56]. Zwei zusätzliche Effekte werden dadurch berücksichtigt:

1. Wenn die Schilddicke gegen Null geht, konvergiert der kritische Partikeldurchmesser gegen den der Single Wall.
2. Mit geringerer Schilddicke wird das Teilchen erst bei höheren Geschwindigkeiten zerlegt, die Grenzggeschwindigkeit  $v_{lim}$  steigt dadurch.

$$d_p = 4.096 F_2^{*-2/3} t_w^{2/3} \rho_p^{-1/3} \rho_s^{-1/9} v_n^{-2/3} S^{1/3} \left( \frac{\sigma_{0,2}}{482} \right)^{1/3} \quad \text{für } v_n > 7 \text{ km/s} \quad (3.23)$$

$$d_p = \left( \frac{\frac{t_w}{k} + t_s}{0.796 K_\infty \rho_p^{0.519} v_n^{2/3}} \right)^{18/19} \quad \text{für } v_n < v_{lim} \quad (3.24)$$

Für Geschwindigkeiten zwischen  $v_{lim}$  und  $7 \text{ km/s}$  wird eine lineare Interpolation verwendet. Die Streckgrenze  $\sigma_{0,2}$  wird in  $[N/mm^2]$  angegeben.

Der Faktor  $F_2^*$  führt den Einfluss der Schilddicke in die Gleichung ein, wie er von Kinslow [67] angegeben wurde und eliminiert damit die Einschränkung von Gleichung (3.21). Wie aus Abbildung 3.12 zu entnehmen ist, hat die Gesamtdicke von Rückwand und Schild  $t_{tot}$  ein Minimum bei einem Verhältnis von Schilddicke zu Partikeldurchmesser von 0,2 [67]. Der Faktor  $F_2^*$  modelliert das Verhalten unterhalb von  $\frac{t_s}{d_p} = 0,2$  mit den folgenden Randbedingungen:

1. Bei  $t_s/d_p=0,2$  konvergiert er gegen die Zweiwandgleichung  $\Rightarrow F_2^*=1,0$ .
2. Die Konvergenz soll stetig erfolgen  $\Rightarrow \frac{dF_2^*}{d(t_s/d_p)} = 0,0$  bei  $\frac{t_s}{d_p} = 0,2$ .
3. Bei  $t_s=0$  sollte der berechnete Partikeldurchmesser derselbe sein, wie für die Single Wall Gleichung für die Rückwand.

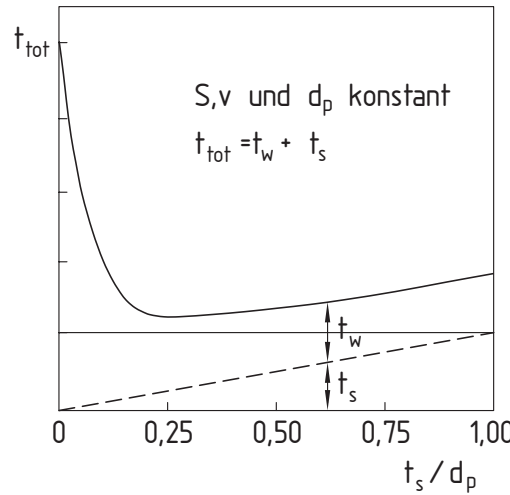


Abbildung 3.12: Benötigte Gesamtwanddicke (Rückwand und Schild) als Funktion des Verhältnisses zwischen Schilddicke und Partikeldurchmesser [67].

Damit kann eine allgemeine Formulierung für  $F_2^*$  angegeben werden:

$$\begin{aligned}
 F_2^* &= 1 ; & \left( \frac{t_s}{d_p} \right) &\geq 0,2 \\
 F_2^* &= r_{S/D} - 10 \frac{t_s}{d_p} (r_{S/D} - 1) + 25 \left( \frac{t_s}{d_p} \right)^2 (r_{S/D} - 1) ; & \left( \frac{t_s}{d_p} \right) &< 0,2
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Der Koeffizient  $r_{S/D}$  ist das Verhältnis zwischen benötigter Rückwanddicke für eine Schilddicke von  $t_s = 0$  und der benötigten Rückwanddicke der nicht modifizierten Double Wall Gleichung bei einer Geschwindigkeit von 7 km/s:

$$r_{S/D} = \frac{t_{w, \text{benötigt}} \text{ (Single Wall)}}{t_{w, \text{benötigt}} \text{ (nicht modifizierte Double Wall Gleichung)}} , \quad v = 7 \text{ km/s} \tag{3.26}$$

Dieses Vorgehen erfordert einen iterativen Prozess zur Bestimmung des kritischen Partikeldurchmessers, da das Verhältnis  $r_{S/D}$  selbst eine Funktion des kritischen Partikeldurchmessers ist. Wenn die Iteration mit dem Wert für  $r_{S/D}$  bei  $\frac{t_s}{d_p} = 0.2$  begonnen wird, konvergiert das Verfahren schnell, selbst für Extremfälle wie Schilddicke Null.

Mit diesen Modifikationen kann der Einfluss der Schilddicke besser abgebildet werden. Abbildung 3.13 und 3.14 zeigen die berechneten kritischen Partikeldurchmesser für die Christiansen Gleichung aus Kapitel 3.3.3.1 und den Modifikationen diese Kapitels. Es zeigt sich die zu erwartende Konvergenz gegen die Single Wall Gleichung.

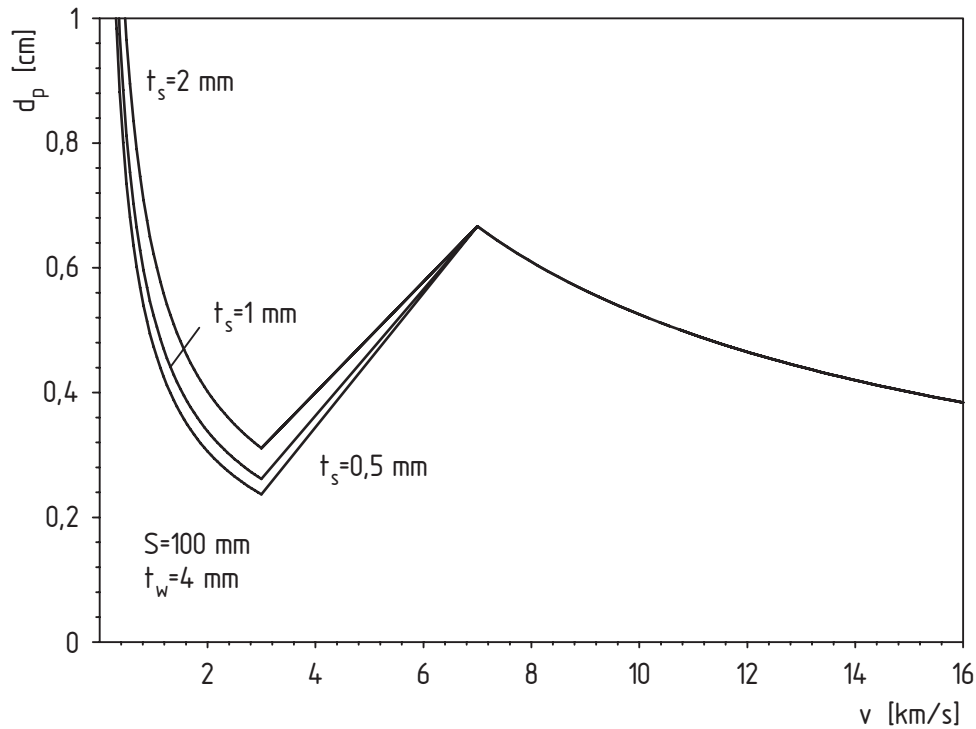


Abbildung 3.13: Kritischer Partikeldurchmesser als Funktion der Geschwindigkeit für die Christiansen Gleichungen und verschiedene Schilddicken

Der zweite Effekt wird mit dem Parameter  $v_{lim}$  modelliert. Er wird von Reimerdes angegeben [56]:

$$v_{lim} = 1,6 + 0,44 \left( \frac{t_s}{d_p} \right)^{-0,59} \quad (3.27)$$

Sein Einfluss kann Abbildung 3.14 entnommen werden, wo die Grenzggeschwindigkeit für dünnere Schilddicken zunimmt. Die vorgeschlagene Modifikation kann auf andere Double Wall Equation übertragen werden. Die so geänderten Gleichungen sind für eine Optimierung der Rückwanddicke, Schilddicke und des Spacings geeignet. Es handelt sich um die einzigen Gleichungen, die die notwendigen Bedingungen erfüllen.

### 3.3.4 Triple Wall

Es gibt wenige Gleichungen für Dreiwandsysteme. Hier werden zwei vorgestellt, die jedoch beide nicht für die Optimierung geeignet sind. Es konnten keine Gleichungen identifiziert

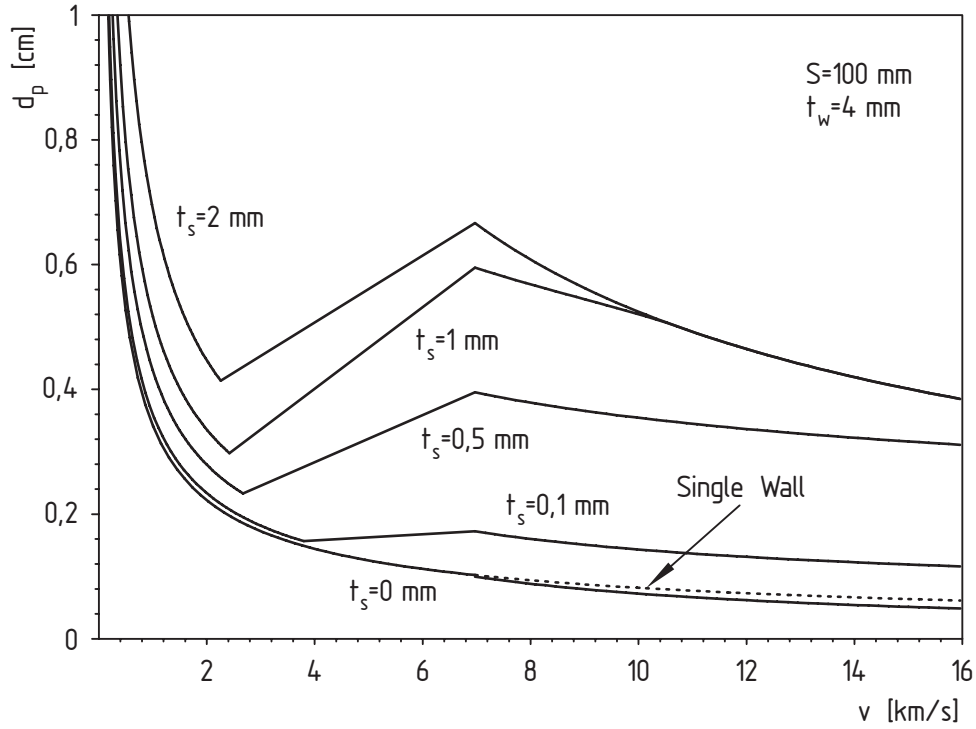


Abbildung 3.14: Kritischer Partikeldurchmesser als Funktion der Geschwindigkeit für die modifizierten Cour-Palais Gleichungen und verschiedene Schilddicken

werden, die für die Aufgabenstellung dieser Arbeit geeignet sind. Aus diesem Grund können hier auch keine Dreiwandssysteme optimiert werden.

### 3.3.4.1 ESA Columbus Double Bumper Shield

Im Rahmen einer ESA-Studie sind Schutzgleichungen für das Columbus Double Bumper Shield entwickelt worden [56]. Sie sind angelehnt an die Gleichungen in Kapitel 3.3.3.2. Der kritische Partikeldurchmesser wird durch die folgenden Gleichungen bestimmt:

$$d_p = \left( \frac{8,29 t_w}{F_3^* K_3 \rho_{s1} \rho_p^{1/2} v} \sqrt{\frac{S_{tot} \sigma_w}{482}} \right)^{2/3} \quad \text{für } v > 7 \text{ km/s} \quad (3.28)$$

$$d_p = \left( \frac{\frac{t_w}{K_3} + t_{s1} + t_{s2}}{0,796 K_\infty \rho_p^{0,519} v^{2/3}} \right)^{18/19} \quad \text{für } v < v_{lim} \text{ km/s} \quad (3.29)$$

Zwischen den beiden Geschwindigkeiten wird eine lineare Interpolation verwendet. Die Fließgrenze  $\sigma_{0,2}$  muss in  $N/mm^2$  angegeben werden. Der Faktor  $F_3^*$  ist gegeben durch [56]:

$$F_3^* = 5 - 53,33 \left( \frac{t_{s1}}{d_p} \right) + 177,78 \left( \frac{t_{s1}}{d_p} \right)^2 \quad \text{für } \left( \frac{t_{s1}}{d_p} \right) > 0,15 \quad (3.30)$$

Die Geschwindigkeit  $v_{lim}$  wird berechnet durch [56]:

$$v_{lim} = 1,6 + 0,44 \left( \frac{t_{s1} + 0,5t_{s2}}{d_p} \right)^{-0,59} \quad (3.31)$$

Der Faktor  $K_3$  ist Null, falls der Partikel durch die beiden Schilde alleine aufgehalten wird. In diesem Fall können die modifizierten Cours-Palais Gleichungen verwendet werden. Bei der Herleitung dieser Gleichungen wurde angenommen, dass die beiden Schilde die gleichen Dicken haben. Des Weiteren ist das mittlere Schild mittig zwischen Rückwand und äusserem Schild angeordnet ( $S_1 = S_2$ ). Aus diesem Grunde können die Schilddicken und Spacings nicht als unabhängige Variablen verwendet werden. Da dies eine starke Einschränkung für die Optimierung darstellt, muss festgestellt werden, dass die Gleichungen nicht für eine Optimierung geeignet ist.

### 3.3.4.2 ESA Triple Wall

Für die ESA Triple Wall wird die folgende Gleichung verwendet:

$$d_p = \left( \frac{t_w}{0,107 \left( \frac{300}{\sigma_w} \right)^{1/2} \rho_p^{1/2} v \cos \alpha S^{-1/2} \rho_s^{0,167}} \right)^{2/3} \quad \text{für } v > 7 \text{ km/s} \quad (3.32)$$

$$d_p = \left( \frac{t_w + 0,52 \left( \frac{300}{\sigma_w} \right)^{1/2} t_s}{0,312 \left( \frac{300}{\sigma_w} \right)^{1/2} \rho_p^{1/2} v^{2/3} (\cos \alpha)^{5/3}} \right)^{18/19} \quad \text{für } v < 3 \text{ km/s} \quad (3.33)$$

Wie üblich wird zwischen den beiden Geschwindigkeiten linear interpoliert. Die Fließgrenze  $\sigma_w$  wird in  $N/mm^2$  angegeben. Wie aus den Gleichungen zu ersehen ist, werden die beiden Schilddicken und die beiden Spacings nicht getrennt behandelt. Es werden immer die gleichen kritischen Durchmesser berechnet, wenn die Summe der Schilddicken bzw. des Spacings gleich sind. Betrachtet man nun eine Konfiguration, bei der das innere Schild nahezu keine Dicke hat, und vergleicht dies mit einem Fall, wo das äußere Schild verschwindend dünn ist, so hat man im Grunde zwei Double Wall Konfigurationen mit unterschiedlichen Spacings. Diese haben unterschiedliche kritische Partikeldurchmesser wie in Kapitel 3.3.3 gezeigt wurde. Gleichung (3.32) und (3.33) liefern jedoch für beide Fälle den gleichen Partikeldurchmesser. Für den Hypervelocitybereich geht, wie bei Gleichung (3.19), die Schilddicke nicht ein. In Kapitel 3.3.1 und Abschnitt 3.3.3.2 wurde gezeigt, dass dies für eine Optimierung erforderlich ist. Daher muss festgestellt werden, dass auch diese Gleichung nicht für die Optimierung geeignet ist.

## 3.4 Teststrukturen

Nachdem die Berechnungsmethoden definiert worden sind, wird im folgenden Abschnitt die Optimierung auf verschiedene Testfälle angewandt. Dabei wird mit einfachen Strukturen begonnen, sowohl bezüglich der Geometrie als auch bezüglich des Schutzsystems. Die Komplexität wird gesteigert, um das Optimierungsverfahren auf immer realitätsnähere Fälle anzuwenden. Es werden die folgenden Fälle untersucht:



- würfelförmiges Raumfahrzeug mit Einwandschutzsystem
- würfelförmiges Raumfahrzeug mit Zweiwandschutzsystem
- würfelförmiges Raumfahrzeug mit Ein- oder Zweiwandschutzsystem
- zylindrisches Raumfahrzeug mit Zweiwandschutzsystem
- zylindrisches Modul einer einfachen Raumstation mit Zweiwandschutzsystem

Für jedes Beispiel werden typische Missionsparameter angenommen. Außerdem werden jeweils Referenzkonfigurationen bestimmt, mit denen die Optimierungsergebnisse verglichen werden. Bei der Wahl dieser Referenzen wurden bewusst hohe Anforderungen an den Algorithmus gestellt, um eine zu optimistische Bewertung zu vermeiden. Die Referenzkonfigurationen stellen Fälle da, bei denen eine Optimierungsvariable (die Rückwanddicke) so gewählt wurde, dass die Nebenbedingung (Anzahl der Durchschläge) gerade eingehalten wird. Diese Rückwanddicke gilt für alle Wände. Sofern Schilddicken im Beispiel vorhanden sind, werden sie für die Referenzkonfiguration auf die halbe Rückwanddicke gesetzt und das Spacing wird konstant bei  $100\text{ mm}$  gewählt. Die Referenzkonfiguration ist also das globale Optimum für das untersuchte Raumfahrzeug, wenn nur eine Variable gewählt wird. Dies entspricht einer ingenieurmäßigen Auslegung, da es in der Regel zuviel Aufwand sein dürfte, alle Variablen von Hand zu optimieren. Die Bestimmung eines optimalen Wertes unter den erläuterten Randbedingungen ist jedoch schnell von Hand erledigt.

Die Ergebnisse der Optimierung müssen besser als die Referenzkonfiguration sein, da ansonsten keine sinnvolle Optimierung vorliegt, und das Verfahren zumindest für diese Anwendung ungeeignet wäre. Es kann jedoch nicht immer erwartet werden, dass die Optimierung eine gewisse Minimalverbesserung erzielt. Zum einen kann das Optimierungsverfahren für den Fall der Referenzkonfiguration mit nur einer Wandkonfiguration keine Verbesserung liefern, da es sich um das globale Optimum handelt. Des Weiteren ist die Optimierungsaufgabe geprägt von starken Nichtlinearitäten und Unstetigkeiten (siehe zum Beispiel Abbildung 3.14), die zu vielen lokalen Optima führen.

Diese Problematik soll an einem Vergleich zweier Konfigurationen gezeigt werden. Es sind Optimierungsrechnungen an einem würfelförmigen Raumfahrzeug durchgeführt worden. Er bewegte sich in einer Meteoritenumgebung, d. h., es wurde kein Space Debris berücksichtigt. Der Würfel hat eine Kantenlänge von  $1\text{ m}$  (siehe auch Abb. 3.15). Die maximale Zahl der Durchschläge wurde auf  $N = 10^{-3}$  festgelegt, damit ergibt sich eine Rückwanddicke für die Referenzkonfiguration von  $6,226\text{ mm}$ .

In Tabelle 3.5 sind die Ergebnisse zweier Optimierungsrechnungen dargestellt. In beiden Fällen ist die Nebenbedingung aktiv, das heißt, die Anzahl der Durchschläge entspricht dem geforderten Maximalwert. Damit sind die Ergebnisse zumindest lokale Optima, denn eine nennenswerte Verringerung der Dicken führt zu einer Verletzung der Nebenbedingung. Die Unterschiede zum Maximalwert der Durchschläge ergeben sich durch die eingestellte Rechengenauigkeit. Es macht keinen Sinn Dicken auf Mikrometer genau vorzugeben. In der Praxis ist eine Genauigkeit von einem Zehntelmillimeter realisierbar. Hier wird eine höhere Rechengenauigkeit gewählt, um eine bessere Vergleichbarkeit und Bewertung der Ergebnisse zu erreichen.

Als Maß für die Masse ist hier die mittlere Dicke verwendet worden. Für einen Einwandwürfel mit gleichen Wandmaterialien ist dies proportional zur wirklichen Masse. Beide Konfigurationen haben nahezu eine identische Masse. Die einzelnen Wände haben Dicken, die um

Wanddicke [mm]	Konfig. 1	Konfig. 2	Unterschied
vorne	8,485	8,052	5,4 %
hinten	3,087	2,657	16,2 %
rechts	6,098	5,555	9,8 %
links	5,123	5,145	-0,4 %
oben	5,340	6,359	-16,0 %
unten	3,040	3,396	-10,5 %
mittlere Dicke	5,194	5,195	-0,02 %
Zahl der Durch- schläge $N$	0,9997 $\cdot 10^{-3}$	0,9965 $\cdot 10^{-3}$	-0,3 %

Tabelle 3.5: Vergleich zweier Schutzschildkonfigurationen mit nahezu identischen Massen

bis zu 16% zwischen beiden Konfigurationen abweichen. Welche der Konfigurationen vom Algorithmus ausgewählt wurde, hängt vom Startpunkt und dem Zufall ab, da der genetische Algorithmus stochastische Elemente enthält. Des Weiteren ist zu vermuten, dass es weitere, ähnliche Konfigurationen gibt, so dass eine absolute Bewertung der Optimierungsergebnisse in der Regel nicht möglich sein wird. Die Masseneinsparung von fast 17% gegenüber der Referenzkonfiguration ist ein sehr gutes Ergebnis, besonders unter Berücksichtigung der Tatsache, dass die gleiche Anzahl an Durchschlägen erzielt wird.

### 3.4.1 Würfel

Für die Geometrie der ersten Testbeispiele ist ein würfelförmiges Raumfahrzeug gewählt worden. Viele unbemannte Satelliten haben eine Hauptstruktur in Form eines Quaders oder Würfels. Daher handelt es sich bei der Teststruktur um einen verallgemeinerten Fall. Der Aufbau des Würfels ist in Abbildung 3.15 dargestellt. Aus ihr geht auch hervor, dass der Satellit fest im Satellitenkoordinatensystem ausgerichtet ist. Das heißt, er ist nicht drallstabilisiert, sondern wendet der Erde immer die gleiche Fläche zu. Dadurch wird auch immer die gleiche Oberfläche in Flugrichtung zeigen. Ein realer Einsatzfall wäre ein Erdbeobachtungssatellit wie SPOT, LANDSAT oder SAR-LUPE.

Für alle Testfälle wurden die in Tabelle 3.6 dargestellten Missionsparameter verwendet. Sie stellen ebenfalls typische Werte dar. Die Missionsdauer ist mit einem Jahr relativ gering. Die Ergebnisse sind jedoch auf längere Missionen übertragbar, dort wären stärkere Schutzsysteme nötig, die Verteilung auf die Wände wäre jedoch ähnlich.

Bei den Optimierungen wird im Folgenden als Zielfunktion die Masse des Schutzsystems verwendet, wie sie nach den Vorgaben in Kapitel 3.2 berechnet wird. Die einzige Randbedingung des Optimierungsproblems ist die Anzahl der Durchschläge. Sie darf in keinem Fall höher als  $10^{-3}$  sein.

Es werden im Folgenden vier unterschiedliche Fälle untersucht. Als erstes wird ein Einwand-schutzsystem optimiert. Anschließend erfolgt die Optimierung eines Zweiwandsystems. Im dritten Fall wird dem Optimierer die Entscheidung überlassen, ob eine Wand mit einem Einwand- oder Zweiwandsystem geschützt wird. Abschließend wird anhand einer Optimie-

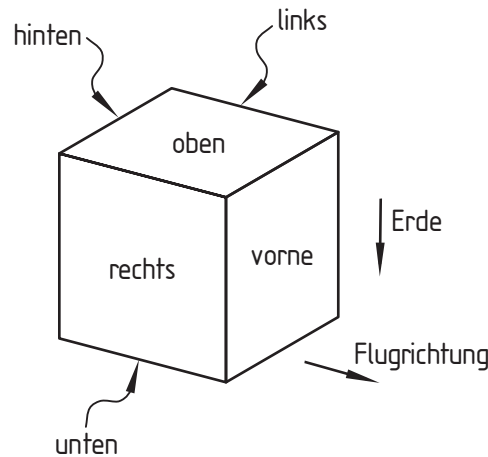


Abbildung 3.15: Geometrie des würfelförmigen Testsatelliten

Missionsparameter	Wert
Dauer	1 Jahr (2002)
Orbit	400 <i>km</i> (kreisförmig)
Inklination	51,6°
Debris Modell	ORDEM96
Meteoriten Modell	NASA SSP 30425 [68]
Max. Zahl der Durchschläge	$10^{-3}$

Tabelle 3.6: Missionsparameter für die Optimierung der Schutzsysteme des würfelförmigen Satelliten

ung eines Einwandsystems in einem reinen Meteoritenumfeld diskutiert, ob eine alternative Optimierungsstrategie bessere Ergebnisse liefern könnte. Dieser Ansatz wurde in einigen Diskussionen als erfolgversprechend angesehen.

#### 3.4.1.1 Einwandssystem

Das Einwandssystem stellt die Bauweise für einen klassischen Satelliten dar. In der Regel werden diese heute aus Sandwichbauteilen oder Aluminiumwänden gebaut. Da die Debris-Problematik beim Entwurf von Satelliten zur Zeit noch keine große Rolle spielt, wird auf den Einsatz komplexerer Schutzsysteme verzichtet. Gleichzeitig stellt dieser Fall eine einfache Optimierungsaufgabe dar, an der der entwickelte Algorithmus getestet werden kann. Selbstverständlich ist in diesem Fall eine Optimierung von Hand möglich, sie würde auch zu guten Ergebnissen führen. Dennoch hat bereits das Beispiel in Kapitel 3.4 gezeigt, dass es selbst in diesem Fall eine Vielzahl an gleichwertigen Lösungen gibt, so dass das globale Optimum nicht ohne Weiteres identifiziert werden kann. Als Referenzkonfiguration ist in diesem Fall eine Wanddicke von 8,14 *mm* bestimmt worden. Werden alle sechs Wände mit dieser Wanddicke ausgestattet, ergibt sich die Zahl der Durchschläge zu  $N = 0,996 \cdot 10^{-3}$  und eine Masse von 132,50 *kg*. Als Material für die Wände wurde Aluminium Al6061T6 gewählt. Zur Bestimmung des kritischen Partikeldurchmessers wird Gleichung (3.16) verwendet.

### Sensitivitätsanalyse

Wie bereits in der theoretischen Beschreibung erwähnt, ist es sinnvoll, vor Beginn einer Optimierung eine systematische Sensitivitätsanalyse durchzuführen. Am Beispiel des Einwandwürfels soll gezeigt werden, wie dies funktionieren kann und welche Erkenntnisse sich daraus gewinnen lassen. Dazu wurde ausgehend von der Referenzkonfiguration die Wanddicke um -1% verringert. Da bei kleinen Änderungen die Richtung kaum eine Rolle spielt, wurde darauf verzichtet die Wanddicken zu vergrößern. Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind Tabelle 3.7 dargestellt.

Wand	Massensensitivität $S_m$	Schutzsensitivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
vorne	-0.001667	0.013889	8.333145
hinten	-0.001667	0.000116	0.069837
rechts	-0.001667	0.007834	4.700535
links	-0.001667	0.007834	4.700535
oben	-0.001667	0.002092	1.254965
unten	-0.001667	0.000024	0.014313

Tabelle 3.7: Sensitivitäten der Wände des Einwandwürfels

In der ersten Spalte sind die Wände bezeichnet. Die zweite Spalte enthält die Sensitivitäten der Masse. Man erkennt, dass alle Wände die gleiche Sensitivität besitzen. Im Falle eines Würfels ist dies offensichtlich, da alle Seiten die gleiche Fläche und Dicke besitzen. Aus der dritten Spalte mit den Schutzsensitivitäten, also der Änderung der Zahl der Durchschläge bei einer Wanddickenänderung, erkennt man, dass die vordere Wand am sensitivsten ist. Dies erklärt sich dadurch, dass Teilchen, die von vorne kommen eine Relativgeschwindigkeit haben, die sich aus der Addition der Eigengeschwindigkeit des Teilchens und der Geschwindigkeit des Würfels ergeben. Im Gegensatz dazu hat die hintere Wand eine viel geringere Sensitivität, da hier die Geschwindigkeit des Satelliten abgezogen werden muss. Die obere und die untere Wand werden am stärksten von Meteoriten bedroht. Weltraumtrümmer können diese Wände nur treffen, wenn sie sich auf elliptischen Bahnen befinden. Für die untere Wand kommt noch zusätzlich der Abschattungseffekt der Erde (vgl. Abb. 3.4) hinzu, wodurch sich die sehr geringe Sensitivität ergibt. Die Seitenwände haben die zweithöchste Sensitivität. Ohne Vorkenntnisse der Debris- und Meteoritenmodelle fällt sofort auf, dass sie exakt den gleichen Wert haben. Der Grund hierfür ist, dass die Modelle symmetrisch zur Flugrichtung sind. Daraus entsteht ein Vorteil für die Optimierung. Beide Wanddicken können zu einer Variablen zusammengefasst werden. Der Rechenaufwand verringert sich und die Ergebnisse werden auf jeden Fall symmetrisch sein. Dass es auch Optima gibt, bei denen das nicht der Fall ist, zeigen die Beispiele in Tabelle 3.5. Selbstverständlich hätte die Zusammenfassung der Variablen auch aus Kenntnissen der Debris-Modelle alleine erfolgen können. Die Diskussion hier zeigt jedoch an einem überschaubaren Beispiel, wie die Sensitivitätsanalyse genutzt werden kann. Als Konsequenz aus diesen Überlegungen werden für die folgenden Optimierungen nur fünf verschiedene Wandaufbauten verwendet, linke und rechte Wand haben immer den gleichen Aufbau.

In der letzten Spalte ist das Kostenverhältnis nach Gleichung (2.21) angegeben. Die Größenverhältnisse zwischen den Wänden entsprechen denen der Schutzsensitivitäten, da alle Wände die gleichen Massensensitivitäten haben. Anhand dieser Tabelle soll kurz erläutert werden,

wie der Sensitivitätsalgorithmus arbeitet. Die Variable mit der kleinsten Sensitivität ist die untere Wand. Wird diese Wanddicke verkleinert, verringert sich die Masse am meisten im Vergleich zur Einbuße an Schutzwirkung. Somit würde die erste Stufe des Algorithmus für diese Konfiguration die untere Wanddicke verringern. Die zweite Stufe wählt das höchste und niedrigste Kostenverhältnis aus. Dies sind die vordere und untere Wand. Eine Erhöhung der Dicke der vorderen Wand bewirkt eine deutliche Erhöhung der Schutzwirkung bei vergleichsweise geringem Massenzuwachs. Für die untere Wand gilt die gleiche Argumentation wie für die erste Stufe. Unter Voraussetzung von nahezu linearem Verhalten für kleine Änderung ergibt sich folgendes Bild:

Eine Erhöhung der vorderen Wanddicke um  $0,000814 \text{ mm}$  ( $\hat{=}$  0,01%) führt zu einer Verringerung der Zahl der Durchschläge um 1,4%. Diese Erhöhung kann durch eine Verringerung der unteren Wanddicke um  $0,47 \text{ mm}$  „verbraucht“ werden. Die Masse hätte sich dabei um 1% reduziert. Neben der Wirkungsweise dieser Stufe wird auch eine Problematik klar. Das Verhältnis der Sensitivitäten beträgt hier 578. Es ist nicht anzunehmen, dass sich die Zahl der Durchschläge bei solch starken Änderungen linear verhält. Aus diesem Grund begrenzt der Algorithmus das Verhältnis und versucht eher bei konstanter Masse die Zahl der Durchschläge zu verringern. Dadurch wird ein Polster aufgebaut, dass beim erneuten Aufruf der ersten Stufe verwendet werden kann (vgl. Abbildung 2.8).

### Optimierungsergebnisse

Die Optimierung wird mit Hilfe des in Kapitel 2 ermittelten Verfahrens durchgeführt. Das erstellte Programm wurde dabei mit den in Tabelle 3.8 dargestellten Parametern verwendet. Die Generationenzahl und Populationsgröße sind im Vergleich zu in der Literatur gefunden [6] relativ klein. Es wurde aber mit einer Reihe von Variationen ermittelt, dass diese Werte ausreichend sind. Sie ändern sich mit der Anzahl der Variablen und dem Typ der Variablen. Der Zusammenhang ist jedoch nicht linear, so dass sich mit steigender Komplexität der Optimierung ein unterproportionaler Zusammenhang für die Rechenzeit ergibt. Die Ober- und Untergrenzen sind so gewählt, dass die Optimierung möglichst viel Freiraum hat und gleichzeitig in einem technisch sinnvollen Bereich bleibt. Wie die Ergebnisse weiter unten zeigen, haben die Grenzen in diesem Fall keinen Einfluss, da sie nicht aktiv werden. Der Startpunkt ist der oben schon erwähnte Referenzfall. Für die genetische Optimierung wird dieser Wert als erstes Individuum in die Bevölkerung übernommen. Anschließend werden die restlichen Individuen zufällig normalverteilt in dem zulässigen Bereich erzeugt. Auf diese Weise kann sichergestellt werden, dass eine vom Nutzer voroptimierte Konfiguration vom Algorithmus verwendet und ggf. verbessert wird.

Parameter	Wert
Populationsgröße	20
Anzahl der Generationen	100
Untergrenze aller Wanddicken	$1 \text{ mm}$
Obergrenze aller Wanddicken	$40 \text{ mm}$
Startwert aller Wanddicken	$8,14 \text{ mm}$

Tabelle 3.8: Parameter für das Optimierungsprogramm

Nachdem die Parameter bestimmt worden sind, werden fünf Durchläufe mit dem genetischen Algorithmus und anschließendem Sensitivitätsalgorithmus durchgeführt. Da der genetische

Teil ein statistisches Verfahren darstellt, ist mehr als ein Durchlauf sinnvoll. Von diesen Ergebnissen wird das beste dargestellt, da es dieses ist, das den Ingenieur interessiert. Zur Untersuchung der Effektivität des Sensitivitätsalgorithmus wurde eine Rechnung mit der Referenzkonfiguration als Startwert durchgeführt.

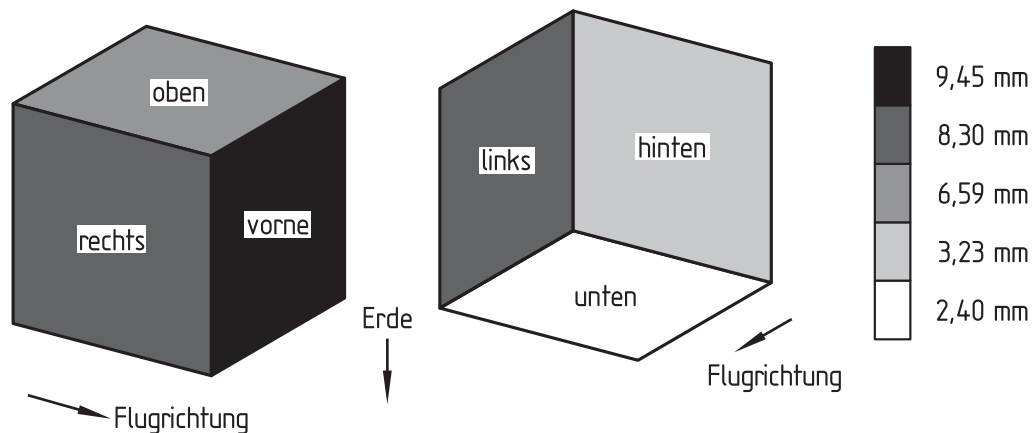


Abbildung 3.16: Optimierte Wanddickenverteilung für einen Einwandwürfel

In Tabelle 3.9 sind die Ergebnisse der Optimierung dargestellt, außerdem ist die beste gefundene Konfiguration in Abbildung 3.16 dargestellt. Die Symmetrie zwischen linker und rechter Wand ergibt sich aus der Kopplung der beiden zu einer Variable, die sich aus der Sensitivitätsanalyse ergeben hat. Die Ersparnis von 21,6% gegenüber der Referenzkonfiguration ist erheblich, vor allem wenn beachtet wird, dass alle Konfiguration nahezu dieselbe Anzahl von Durchschlägen haben. Wie zu erwarten, ist auch bei den ermittelten Optima die Restriktion aktiv. Es fällt bei diesen Ergebnissen auf, dass der Sensitivitätsalgorithmus alleine die gleiche Einsparung erbringt wie der kombinierte Algorithmus. Er ist dabei um den Faktor 10 schneller. Ein Durchlauf mit dem genetischen Algorithmus benötigt die Analyse von ca. 2200 unterschiedlichen Konfigurationen, während der Sensitivitätsalgorithmus ca. 200 Analysen braucht. Diese Ergebnisse scheinen darauf hinzudeuten, dass der Sensitivitätsalgorithmus alleine ausreichende Ergebnisse bei wesentlich geringerer Rechenzeit liefert. Bei dem folgenden komplexeren Beispielen wird sich jedoch zeigen, dass der Einsatz des genetischen Algorithmus sinnvoll sein kann, obwohl er immer einen Rechenzeitnachteil haben wird.

#### 3.4.1.2 Zweiwandssystem

Wie bereits beschrieben, stellt das Zweiwandssystem aus Rückwand und Schild mit einem gewissen Abstand einen besseren Schutz dar als eine Rückwand mit der gleichen Gesamtdicke. Heutige Satelliten verwenden diese Bauweise in der Regel nicht, da sie zu hohe Kosten verursacht. Es gibt wenige unbemannte Satelliten, die ein eigenes Schutzsystem haben. Das bekannteste Beispiel ist sicherlich die europäische Sonde Giotto (siehe Abb. 3.17), deren Unterseite gegen den Einschlag von Kometenpartikeln geschützt war. Auch für Satelliten im Erdorbit wird für die Zukunft eine höhere Bedeutung der Schutzsysteme erwartet, da die Zahl der Weltraumtrümmerteilchen weiter ansteigen wird. Die Bemühungen um eine Verhinderung ihrer Erzeugung befinden sich erst am Anfang und die schon vorhandenen Richtlinien werden nur teilweise befolgt.

Wanddicke [mm]	Sensitivitäts- algorithmus	kombinierter Algorithmus
vorne	9,450	9,530
hinten	3,235	3,211
rechts	8,304	8,295
links	8,304	8,295
oben	6,593	6,607
unten	2,397	2,336
Masse [kg]	103,862	103,841
Einsparung (Ref.)	21,6%	21,6%

Tabelle 3.9: Optimierte Wanddickenverteilung für einen Einwandwürfel

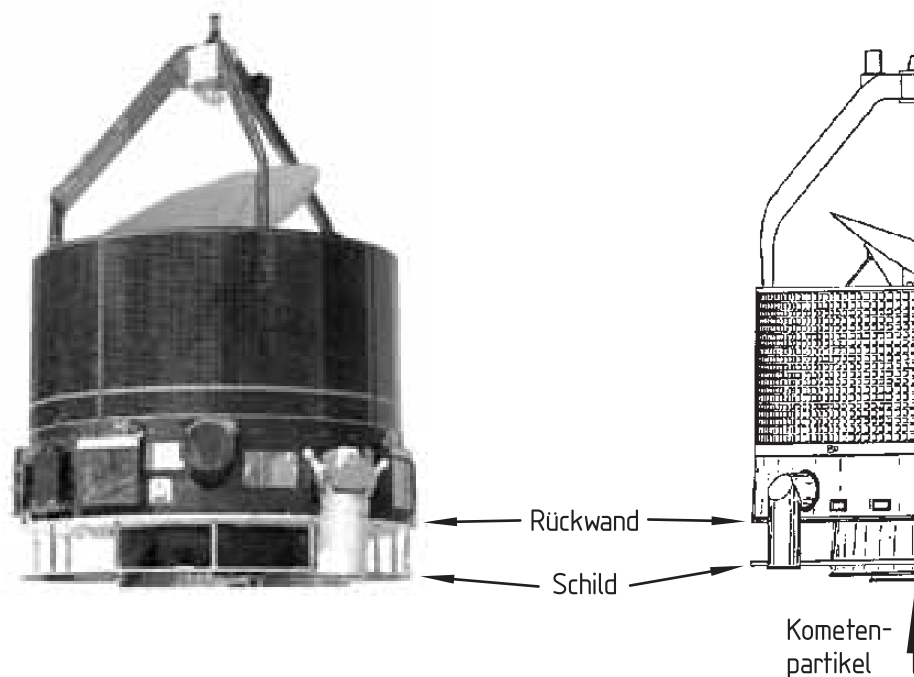


Abbildung 3.17: Raumsonde Giotto mit Partikelschutzsystem

Durch die zu erwartende größere Bedeutung von Zweiwandsystemen für unbemannte Satelliten, ist es sinnvoll das Schutzsystem eines solchen Satelliten zu optimieren. Gleichzeitig wird die Komplexität der untersuchten Probleme schrittweise gesteigert, womit eine bessere Beurteilung des Optimierungsverfahren ermöglicht wird. In diesem Beispiel sind die Missionsparameter aus Tabelle 3.6 verwendet worden. Für die Referenzkonfiguration ist angenommen worden, dass das Schild die halbe Dicke der Rückwand hat und ein Spacing von  $100\text{ mm}$  vorliegt. Dies entspricht typischen Schildkonfigurationen. Hieraus folgt die Referenzkonfiguration, die eine Rückwanddicke von  $1,14\text{ mm}$ , eine Schilddicke von  $0,57\text{ mm}$  und ein Spacing von  $100\text{ mm}$  für alle 6 Wände vorsieht. Bei dieser Konfiguration ergibt sich die Zahl der Durchschläge zu  $N = 0,987 \cdot 10^{-3}$ . Der Abstand zur vorgegebenen Zahl der Durchschläge entsteht durch die Genauigkeit der Wanddickenangabe. Mit diesen Werten erhält man eine Referenzmasse von  $40,26\text{ kg}$ . Diese Masse zeigt die Effektivität des Zweiwandsy-

stems. Im Vergleich zum vorhergehenden Beispiel ist die Masse auf etwa ein Drittel reduziert worden. Als Material für die Wände wurde Aluminium Al6061T6 gewählt. Zur Bestimmung des kritischen Partikeldurchmessers werden Gleichungen (3.23) und (3.24) verwendet. Der Masseneinfluss des Spacings wird mittels der in Kapitel 3.2 hergeleiteten Näherungsformel berücksichtigt.

### Sensitivitätsanalyse

Aus der Sensitivitätsanalyse können ähnliche Schlussfolgerungen bezüglich der Verhältnisse der Wände untereinander gezogen werden wie für die Einwandkonfiguration. Daher werden schon a priori die linke und rechte Wand zu einer Wand ID zusammengefasst, d. h., zu drei Optimierungsvariablen statt sechs. Das Schutzsystem umfasst damit 15 Variablen, jeweils fünf Rückwanddicken, fünf Schilddicken und fünf Spacings. Mit Hilfe der in Tabelle 3.10 dargestellten Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse kann der Einfluss der unterschiedlichen Variablentypen untersucht werden. Zunächst fällt jedoch bei den Massensensitivitäten auf, dass die rechte und linke Wand eine höhere Sensitivität haben als die anderen Wände. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich die Fläche verdoppelt hat im Vergleich zu den Angaben in Tabelle 3.7. Da die Fläche aber linear in die Masse und die Zahl der Durchschläge eingeht, kürzt sie sich beim Kostenverhältnis wieder heraus, so dass sich für die Rückwand ein ähnliches Kostenverhältnis für die Kombination der linken und rechten Wand ergibt wie für einzelne Betrachtung beim Einwandssystem. Dies zeigt einen weiteren Vorteil der Verwendung des Kostenverhältnisses für die Wahl der Optimierungsrichtung.

Variable	Massensensitivität $S_m$	Schutzsensitivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
Rückwand			
vorne	-0,000784	0,007886	10,054805
hinten	-0,000784	0,000506	0,644799
rechts + links	-0,001569	0,006490	4,137200
oben	-0,000784	0,001256	1,601076
unten	-0,000784	0,000361	0,460153
Schild			
vorne	-0,000882	0,003581	4,058644
hinten	-0,000882	0,000644	0,729813
rechts + links	-0,001765	0,004092	2,318992
oben	-0,000882	0,000800	0,906296
unten	-0,000882	0,000442	0,500392
Spacing			
vorne	-0,000294	0,003106	10,559555
hinten	-0,000294	0,000021	0,071160
rechts + links	-0,000588	0,002743	4,663923
oben	-0,000294	0,000435	1,478886
unten	-0,000294	0,000008	0,028238

Tabelle 3.10: Sensitivitäten der Wände des Zweiwandwürfels

Für die drei verschiedenen Variablentypen ergeben sich Unterschiede des Einflusses auf Ziel- und Restriktionsfunktion. Die Masse wird am stärksten durch die Schilddicke beeinflusst.



Dies erscheint zunächst überraschend, da Rückwand und Schild über Dichte und Fläche den gleichen Einfluss haben. Für das Schild kommt jedoch noch ein Einfluss auf die Spacingmasse hinzu, da die Schildmasse hier noch einmal eingeht (siehe Gleichung 3.13). Das Spacing selber hat den geringsten Einfluss auf die Masse. Bei den Schutzsensitivitäten hat die Rückwand erwartungsgemäß den stärksten Einfluss, während Spacing und Schilddicken einen ähnlichen Einfluss haben. Bei der Schilddicke sollte darauf hingewiesen werden, dass sie ohne die Modifikationen der Schutzgleichung in Kapitel 3.3.3.2 keinen Einfluss auf die Zahl der Durchschläge hätte. Dies zeigt, dass die Modifikationen notwendig sind, denn dieses Schutzsystem befindet sich in einem Bereich für das Verhältnis zwischen Partikeldurchmesser zu Schilddicke, bei denen die anderen Gleichungen nicht anwendbar sind. Die Kostenverhältnisse zeigen etwas andere Zusammenhänge, hier haben Rückwand und Spacing ähnliche Werte, während die Schilddicke geringere Kostenverhältnisse zeigt.

### Optimierungsergebnisse

Das Vorgehen bei der Optimierung des Zweiwandwürfels entspricht dem für das Einwandssystem (siehe Tabelle 3.11). Die Parameter wurden leicht geändert, um die höhere Anzahl der Variablen zu berücksichtigen. Dabei zeigt sich schon, dass die Werte nicht proportional zur Variablenzahl erhöht werden müssen. Eine Verdreifachung der Variablen erfordert nur eine Verdopplung der Generationen und eine geringe Vergrößerung der Population um 25%. Die Obergrenzen der Variablen sind so gewählt, dass sich kein Einfluss auf die Optimierung ergibt. Die Untergrenzen der Dicken sind geringer gewählt, um einen gewissen Freiraum für die Optimierung zu erhalten. Ein Zehntelmillimeter ist zwar nicht sinnvoll, aber er ist technisch machbar. Deswegen wurde dieser Wert gewählt. Für das Spacing ist die Untergrenze gewählt worden, da ein geringeres Spacing physikalisch fragwürdig ist. Die Partikelwolke kann sich sonst nicht mehr genug ausbreiten um den zusätzlichen Schutzeffekt zu ermöglichen. Dies zeigt sich auch in der von Christiansen [62] angegebenen Untergrenzen für das Verhältnis zwischen Spacing und Partikeldurchmesser (siehe auch Kapitel 3.3.3.1). Es wurden wieder fünf Durchläufe mit dem kombinierten Algorithmus und einen mit dem Sensitivitätsalgorithmus alleine durchgeführt. Die Referenzkonfiguration dient im letzteren Fall als Startpunkt.

Parameter	Wert
Populationsgröße	25
Anzahl der Generationen	200
Untergrenze aller Rückwand- und Schilddicken	0,1 mm
Untergrenze aller Spacings	50 mm
Obergrenze aller Rückwand- und Schilddicken	40 mm
Obergrenze aller Spacings	200 mm
Startwert aller Rückwanddicken	1,14 mm
Startwert aller Schilddicken	0,57 mm
Startwert aller Rückwanddicken	100 mm

Tabelle 3.11: Parameter für das Optimierungsprogramm

Die Ergebnisse der Optimierung sind in Tabelle 3.9 und, für das beste Ergebnis, in den Abbildungen 3.18 bis 3.20 zu finden. Ein Vergleich der beiden Ergebnisspalten zeigt, dass

der genetische Algorithmus mit der höheren Anzahl an Variablen und den unterschiedlichen Typen Vorteile hat. Er weist eine Verdopplung der Einsparung gegenüber dem Sensitivitätsalgorithmus alleine auf. Die Rechenzeit für den kombinierten Algorithmus liegt um eine Größenordnung über dem Sensitivitätsalgorithmus. Die Restriktion ist erwartungsgemäß bei den gefundenen Konfigurationen aktiv. Die prozentuale Einsparung ist gegenüber der Einwandkonfiguration geringer denn das Zweiwandsystem an sich stellt schon einen optimierten Material- oder Masseneinsatz dar. Dieser Zusammenhang wird im nächsten Beispiel näher erläutert. Auffallend an den Ergebnissen ist, dass die stärksten Änderungen beim Spacing zu finden sind. Vor allem die Schildddicken werden wenig geändert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass der Faktor  $r_{S/D}$  quadratisch in  $F_2^*$  eingeht (siehe Kapitel 3.3.3.2). Damit wird der Verlust an Schutzwirkung für sehr kleine Schildddicken zu teuer. Wie zu erwarten ist, zeigen die hintere und die untere Wand die stärksten Änderungen, was durch die geringe Gefährdung dieser Wände begründet ist. Die vordere Wand erfährt die größten Zuwächse aus dem umgekehrten Grund. Als einzige Variablen werden Spacings auf das Minimum optimiert. Die untere Rückwand wird zwar sehr dünn berechnet, erreicht jedoch nicht die Untergrenze. Auffällig sind die unterschiedlichen Konfigurationen der hinteren und unteren Wand. Beide haben Spacings, die an der unteren Grenze liegen. Die Dicken sind jedoch deutlich unterschiedlich verteilt. Wie bereits diskutiert wird die untere Wand hauptsächlich von Mikrometeoriten getroffen, diese besitzen im Vergleich zu Debristeilchen eine höhere Eigengeschwindigkeit. Das Zweiwandsystem hat seine Vorteile vor allem im höheren Geschwindigkeitsbereich (vgl. Abb. 3.6). Dadurch kommt dem Schutzprinzip des Zweiwandensystems für die untere Wand eine größere Bedeutung zu als dem für die hintere Wand. Folglich wird die Schilddicke der unteren Wand auf  $0,57\text{ mm}$  optimiert und die Rückwanddicke deutlich reduziert. Bei der hinteren Wand sind die Verhältnisse umgekehrt. Die Rückwand wird dicker ausgeführt, während das Schild dünner bestimmt wird.

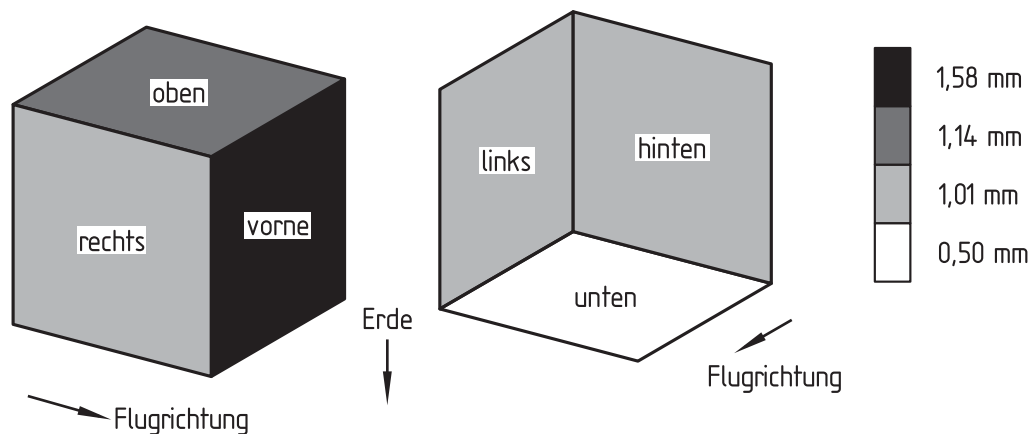


Abbildung 3.18: Optimierte Rückwanddickenverteilung für einen Zweiwandwürfel

### 3.4.1.3 Ein- und Zweiwandensystem

Die beiden ersten Beispiele legen eine Untersuchung nahe, ob der Würfel mit einem gemischten Schutzsystem noch leichter ausgeführt werden kann. Besonders für die untere und hintere Wand könnte ein Einwandensystem ausreichend sein, während für die anderen Wände das Zweiwandensystem am sinnvollsten erscheint. Hier ist auch ein Vorteil des genetischen Al-

Variable [mm]	Sensitivitäts- algorithmus	kombinierter Algorithmus
Rückwand		
vorne	1,140	1,579
hinten	1,012	1,005
rechts + links	1,151	1,011
oben	1,140	1,140
unten	0,921	0,501
Schild		
vorne	0,570	0,570
hinten	0,570	0,363
rechts + links	0,570	0,570
oben	0,570	0,497
unten	0,570	0,570
Spacing		
vorne	100,0	116,0
hinten	50,00	50,00
rechts + links	100,0	104,2
oben	99,38	72,72
unten	50,00	50,00
Masse [kg]	38,173	35,916
Einsparung (Ref.)	5,2%	10,8%

Tabelle 3.12: Optimierte Konfiguration für einen Zweiwandwürfel

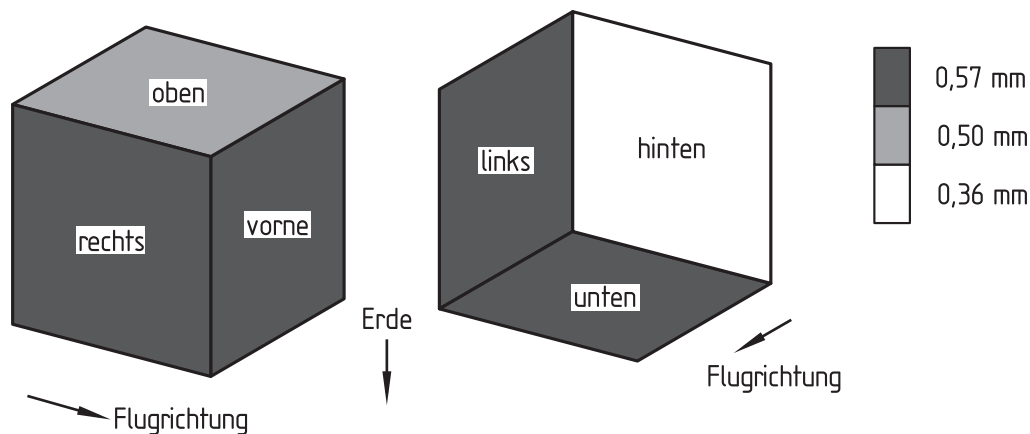


Abbildung 3.19: Optimierte Schilddickenverteilung für einen Zweiwandwürfel

gorithmus nutzbar. Wird der Typ des Schutzsystems als neue Variable eingeführt, so handelt es sich um eine ganzzahlige Variable mit den zwei möglichen Werten 1 oder 2. Für den Sensitivitätsalgorithmus macht eine Berücksichtigung der ganzzahligen Variablen keine Sinn, da nur zwei Werte möglich sind und damit keine sinnvolle Sensitivität bestimmt werden kann. Die Optimierung wurde mit dem Referenzpunkt durchgeführt, der für den Einwandwürfel bestimmt worden ist. Als Variablenunter- und -obergrenzen sind die der vorangegangenen Beispiele gewählt worden. Die Start- und Referenzkonfiguration ist die des Einwandwürfels.

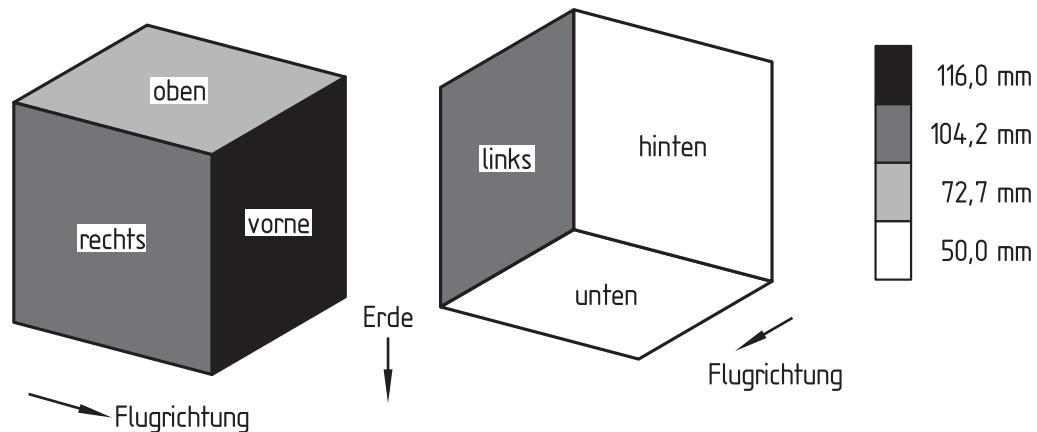


Abbildung 3.20: Optimierte Spacingverteilung für einen Zweiwandwürfel

Auch die Parameter für die Optimierung sind die gleichen wie beim Single-Wall-Würfel. Insbesondere sind die Generationenzahl und Populationsgröße nicht geändert worden, obwohl für jede Wand eine zusätzliche Variable (Typ des Schutzsystems) eingeführt worden ist. Eine Schwierigkeit ergibt sich bei der Umstellung von Einwand- auf Zweiwandsystem bzw. umgekehrt: Das Einwandsystem wird durch eine Variable definiert, die Double-Wall durch drei. Um die komplizierte Umstellung der Variablenzahl während des Programmdurchlaufs zu vermeiden, wurde so verfahren, dass eine Wand, die beim Start ein Einwandsystem hat, nur eine Wanddicke als Variable hat. Bei der Umstellung auf ein Zweiwandsystem wird diese Rückwanddicke zu  $2/5$  für die Rückwand und zu  $1/5$  für das Schild verwendet. Die restlichen  $2/5$  der Masse werden für das Spacing verwendet. Dieses wird fest auf  $100\text{ mm}$  gesetzt. Für eine Wand, die am Anfang ein Zweiwandsystem hat, wird bei Umschaltung auf Einwandkonfiguration die Schilddicke zur Rückwanddicke addiert und das Spacing ignoriert. Dieses Vorgehen bevorzugt etwas das Einwandsystem, da für die Umstellung auf Zweiwand nicht alle Parameter verfügbar sind und so nicht die beste Kombination der drei Parameter für jede Wand bestimmt werden kann.

### Optimierungsergebnisse

Die Ergebnisse für diese Optimierung sind in Tabelle 3.13 dargestellt. Obwohl alle Wände zunächst eine Einwandkonfiguration als Startwert hatten, sind alle in Zweiwände umgewandelt worden. Zur Überprüfung dieses Ergebnisses wurde die Referenzkonfiguration des Zweiwandwürfels als Startwert verwendet. Auch hierbei wurde für keine Wand ein Einwandsystem ermittelt.

Die Einsparung von 71,9% ist natürlich unter Berücksichtigung der Referenzkonfiguration zu sehen, bezüglich der Zweiwandreferenzkonfiguration ergibt sich eine Einsparung von 7,6%. Aus diesem Ergebnis lässt sich zum einen die Eignung des Verfahrens für die Optimierung ganzzahliger Variablen demonstrieren. Zum anderen zeigt sich, dass das Zweiwandsystem generell masseneffektiver arbeitet als das Einwandsystem. Eine Optimierung mit diesem Typ als Variable kann allerhöchstens dann sinnvoll sein, wenn Wände gar nicht von Partikeln getroffen werden können, weil sie von anderen Wänden abgeschirmt werden. Da solche Wände schon vor der Optimierung leicht identifiziert werden können, beispielsweise durch Schutzsensitivitäten von Null, kann die Zahl der Variablen für die Optimierung klein gehalten werden, indem direkt ein Einwandsystem gewählt wird.

Variable [mm]	kombinierter Algorithmus
Rückwand	
vorne	1,606
hinten	0,825
rechts + links	1,256
oben	0,856
unten	0,656
Schild	
vorne	0,803
hinten	0,412
rechts + links	0,628
oben	0,428
unten	0,328
Spacing	
vorne	100,0
hinten	100,0
rechts + links	100,0
oben	100,0
unten	100,0
Masse [kg]	37,213
Einsparung (Ref.)	71,9%

Tabelle 3.13: Optimierte Konfiguration für einen Würfel mit Ein- oder Zweiwandkonfiguration

#### 3.4.1.4 Einwandssystem in Meteoritenumgebung

In verschiedenen Diskussionen [69] ist vermutet worden, dass ein massenoptimales Schutzsystem mit einem anderen Ansatz gefunden werden könnte. Die Idee ist, dass ein Schutzsystem, das für alle Wände die gleiche Anzahl von Durchschlägen pro Flächeneinheit aufweist, massenoptimal sei. Das Schutzsystem einer Wand dient dazu, sie vor den eintreffenden Teilchen soweit zu schützen, dass nur eine akzeptable Anzahl von Durchschlägen erfolgt. Kein Schutzsystem kann Durchschläge ganz verhindern. Für jede Wand ergibt sich damit ein gewisses von Null verschiedenes Risiko eines Durchschlages. Die Frage ist nun, wie dieses Risiko auf die Oberfläche des Raumfahrzeuges verteilt wird. Für den Fall, dass alle Wände die gleiche Anzahl von Durchschlägen pro Flächeneinheit erfahren, ist das Risiko gleich verteilt. Es liegt der Schluss nahe, dass ein Schutzsystem, welches das Risiko gleichmäßig auf die Oberfläche verteilt, eine optimale Masse besitzt. Für die Erhöhung der Schutzwirkung muss nach Gleichung (3.16) überproportional Masse aufgewendet werden. Daher ist es zunächst einleuchtend, alle Wände auf die gleiche Schutzwirkung zu bringen. Es wird im Folgenden gezeigt, dass es sich bei dieser Folgerung um eine Fehleinschätzung handelt, die jedoch zu einer guten Annäherung an das Optimum für Einwandstrukturen führt.

Als Beispiel wird der Einwandwürfel verwendet. Hierbei sind alle Flächen gleich groß. Daher muss zur Überprüfung des Konzepts nur die Anzahl der Durchschläge für jede Wand auf den gleichen Wert eingestellt werden. Der Satellit wird in einem reinen Meteoritenumfeld betrachtet. Es bedroht das Raumfahrzeug aus allen Richtungen und schränkt damit die All-

gemeinheit der Aussagen nicht ein. Alle weiteren Parameter entsprechen den in Tabelle 3.6 angegebenen.

Zunächst wurde iterativ eine Verteilung bestimmt, bei der alle Wände die gleiche Zahl der Durchschläge haben (siehe Tabelle 3.14). Dieser Wert liegt bei  $0,167 \cdot 10^{-3}$  pro Wand. Anschließend wurde versucht, mit dieser Konfiguration als Startwert eine Verbesserung zu finden. Dabei wurde sowohl der Sensitivitätsalgorithmus alleine (Tabelle 3.15, Spalte 3) als auch der kombinierte Algorithmus dieser Arbeit verwendet (Spalte 4). Als letzter Fall wurde die Referenzkonfiguration (Spalte 6) als Startpunkt für den kombinierten Algorithmus genutzt (Spalte 5). Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Tabelle 3.15 dargestellt. Außerdem ist die Verteilung der Durchschläge der besten Konfiguration dem Alternativkonzept in Tabelle 3.14 gegenübergestellt.

Wand	Alternativkonzept		beste Konfiguration	
	Wanddicke [mm]	$N$	Wanddicke [mm]	$N$
vorne	8,856	0,00016666	8,061	0,00023551
hinten	2,632	0,00016663	2,975	0,00010700
rechts	5,599	0,00016664	5,455	0,00018328
links	5,599	0,00016663	5,419	0,00018777
oben	6,018	0,00016662	5,478	0,00023511
unten	1,542	0,00016680	2,134	0,00005130
Gesamt		0,00099998		0,00099997

Tabelle 3.14: Wanddickenverteilung und Zahl der Durchschläge für alternatives Optimierungskonzept und beste gefundene Konfiguration

Wanddicke [mm]	altern. Ansatz	Sensit.- Algo. (altern.)	kombin. Algo. (altern.)	kombin. Algo. (Referenz)	Referenz
vorne	8,856	8,856	8,061	7,535	6,226
hinten	2,632	2,632	2,975	3,257	6,226
rechts	5,599	5,599	5,455	5,335	6,226
links	5,599	5,599	5,419	5,417	6,226
oben	6,018	6,018	5,478	5,889	6,226
unten	1,542	1,542	2,140	2,109	6,226
Masse [kg]	82,057	82,054	80,109	80,148	101,347
Einsparung	19,0%	19,0%	20,9%	20,9%	

Tabelle 3.15: Wanddickenverteilung für verschiedene Optimierungsstrategien (für alle Konfigurationen ist  $N \approx 10^{-3}$ )

Die Ergebnisse zeigen, dass die oben gemachte Vermutung nicht zutrifft. Der kombinierte Algorithmus dieser Arbeit ist in der Lage Konfigurationen zu bestimmen, die eine geringere Masse haben. Bei der alternativen Konfiguration handelt es sich um ein gutes lokales Optimum, das der Sensitivitätsalgorithmus alleine nicht in der Lage ist zu verlassen. Erst die Verwendung des genetischen Algorithmus ermöglicht dies. Hieran zeigt sich auch die Stärke

des genetischen Algorithmus neue Konfigurationen zu finden, die für den Ingenieur nicht direkt zugänglich sein müssen.

Neben dieser empirischen Widerlegung des alternativen Ansatzes bleibt die Frage zu klären, wodurch diese Fehleinschätzung verursacht wird. Durch den nicht proportionalen Zusammenhang zwischen Schutzwirkung (kritischer Partikeldurchmesser) und Masse (Dicke) wie er zum Beispiel aus Gleichung (3.16) hervorgeht, wird klar, dass eine Verringerung der Dicke der vorderen Wand nicht mit der betragsmäßig gleichen Erhöhung der Dicke der unteren Wand kompensiert werden kann, was die Gesamtschutzwirkung angeht. Dieser Effekt wird verstärkt dadurch, dass die vordere Wand ganz anderen Relativgeschwindigkeiten ausgesetzt ist als die untere oder die Rückwand. Durch die unterschiedlichen Bedrohungen sind auch die Schutzwirkungen selbst bei gleicher Dicke unterschiedlich. Dem alternativen Ansatz liegt die Annahme der Linearität zu Grunde, die auf dieses Problem nicht zutrifft.

Der Ansatz, für alle Wände die gleiche Durchschlagswahrscheinlichkeit zu erzielen, ist auch für Zweiwandsysteme untersucht worden. Dabei stellen sich keine nahezu massenoptimale Konfigurationen ein, wie bei dem untersuchten Einwandsystem. Dies ist darauf zurückzuführen, dass für ein Zweiwandsystem bei jeder Wand drei Variablen geändert werden können. Dadurch kann die gleiche Durchschlagswahrscheinlichkeit für jede Wand auf verschiedenen Wegen erzielt werden. Diese Wege führen zu unterschiedlichen Schutzsystemmassen. Es kann also festgehalten werden, dass der alternative Ansatz für einfache Einwandsysteme schnell zu nahezu massenoptimalen Konfigurationen führt. Für diese ist er zur Voroptimierung gut geeignet. Bei komplexeren Schutzsystemen wie Zweiwandsystemen ist die Anwendung jedoch nicht zu empfehlen.

### 3.4.2 Zylindrisches Raumfahrzeug

Als zweite Geometrie wurde ein zylindrisches Raumfahrzeug mit einem Durchmesser von einem Meter und einer Länge von zwei Metern verwendet. Es fliegt mit der Zylindermantelfläche in Flugrichtung, so dass die beiden Kappen die linke bzw. rechte Wand darstellen. Eine Rotation erfolgt nicht, so dass immer die gleiche Fläche nach vorne zeigt. Eine grafische Darstellung findet sich in Abbildung 3.21. Die Mantelfläche wird mittels 24 rechteckiger Streifen mit individuellem Wandaufbau idealisiert. Die Kappen sind aus 12 Rhomben gebildet, die alle den gleichen Wandaufbau haben. Analog zum Würfel werden rechte und linke Kappe gleich behandelt, wodurch Optimierungsvariablen gespart werden können. Als Beispiel für ein Raumfahrzeug mit ähnlicher Geometrie kann zum einen ein bemanntes Modul der ISS wie COLUMBUS genannt werden, zum anderen könnte auch das Hubble Space Telescope ähnlich modelliert werden.

Für die Berechnungen werden die in Tabelle 3.16 Missionsparameter verwendet. Es wird wiederum eine relativ geringe Missionsdauer gewählt, die aber keinen Einfluss auf die Qualität der Optimierungsergebnisse hat. Die Masse des Schutzsystems wird optimiert und als Nebenbedingung gefordert, dass weniger als  $10^{-3}$  Durchschläge während der Mission erfolgen.

Da besonders bei bemannten Missionen ein Schutz der Astronauten unbedingt erforderlich ist, wird in diesem Beispiel ein Zweiwandschutzsystem verwendet. Für längere Missionen ist nicht davon auszugehen, dass mit einem Einwandsystem mit akzeptabler Dicke ein ausreichender Schutz erzielt werden kann. Auch bei Missionen wie dem Hubble Space Telescope ist es realistisch, dass sie in Zukunft mit speziellen Schutzsystemen ausgestattet werden. Für





### 3.4.2.1 Sensitivitätsanalyse

Die Ergebnisse der Sensitivitätsanalyse sind wegen ihres Umfangs in Anhang A.1 dargestellt. Die Symmetrie zwischen linker und rechter Kappe wurde bereits im Modell berücksichtigt. Hier sollen nur einige Aspekte herausgegriffen und diskutiert werden. Bei den Rückwanddicken hat der Mantel sowohl die größere Massen- als auch Schutzsensitivität. Das Kostenverhältnis der Kappen ist jedoch größer als für die Rückwände, so dass die Kappen die schlechteren Variablen für eine Massenreduktion bei geringer Einbuße an Schutz sind.

Die Massensensitivität des Spacings bzw. der Schilddicke ist für den Mantel überall gleich, da die Elemente auf dem Mantel alle die gleiche Fläche haben. Damit gelten die Aussagen für die Schutzsensitivität gleichzeitig auch für das Kostenverhältnis. Das Spacing zeigt die zu erwartenden Tendenzen. Die maximale Schutzsensitivität auf dem Mantel wird für die ID 1 bestimmt, also die erste Fläche oberhalb der Mitte. Das Minimum liegt im unteren, hinteren Bereich, der am wenigsten getroffen wird (vgl. auch die Diskussion des Würfels). Auch die Schilddicke hat in diesem Bereich ihr Minimum. Das Maximum liegt für die Schilddicke jedoch bei ca.  $45^\circ$  ober- und unterhalb der Mitte mit einem schwachen Minimum in der Mitte (ID 1). Dies ist zunächst erstaunlich, kann aber durch die verwendeten Modelle und Schutzgleichungen erklärt werden.

Die auftreffenden Meteoriten sind relativ gleichmäßig auf die Richtungen verteilt, es ergibt sich eine Konzentration im vorderen Bereich durch einen Effekt, der einem Spaziergang durch Regen bei starkem Wind entspricht. In beiden Fällen konzentrieren sich die Einschläge im vorderen Bereich durch die zwei Geschwindigkeitskomponenten. Für die Debris-Modelle treten der größte Teil der Partikel in der Orbitalebene auf. Daher werden die mehr nach oben oder unten gerichteten Flächen weniger getroffen, was sich im Verhalten der Spacingsensitivitäten widerspiegelt. In die Schutzgleichungen gehen in der Regel nur die Geschwindigkeitskomponenten ein, die normal zur getroffenen Fläche sind (siehe zum Beispiel Gleichung (3.19)). Für von vorne kommende Debristeilchen wird diese Komponente mit dem Kosinus berechnet. Damit ergeben sich unter  $45^\circ$  normale Geschwindigkeiten die verstärkt im ballistischen Bereich liegen. Für diesen wird der kritische Partikeldurchmesser in der Rechnung mit Gleichung (3.24) bestimmt. Hier geht nicht das Spacing, wohl aber die Schilddicke ein. Wie Abbildung 3.14 zeigt, haben Double-Wall-Konfigurationen im ballistischen Bereich relativ geringe kritische Partikeldurchmesser, die sich durch große Schutzsensitivitäten für die Schilddicke zeigen. Im vorderen Bereich haben die Partikel eine größere Normalgeschwindigkeit und können durch den Schildeffekt effektiv aufgehalten werden. Auch spielt die Schilddicke für den Hypervelocity-Bereich oberhalb einer gewissen Mindestdicke keine große Rolle (vgl. auch Kapitel 3.3.3.2).

Die Kappen haben wegen der größeren Fläche deutlich höhere Sensitivitäten beim Spacing und bei der Schilddicke. Beim Kostenverhältnis liegen die Kappen bei Werten für die Schilddicken vergleichsweise niedrig und beim Spacing relativ hoch.

### 3.4.2.2 Optimierungsergebnisse

Wie zuvor sind die Optimierungsergebnisse aus fünf Läufen des kombinierten Algorithmus und einem Lauf des Sensitivitätsalgorithmus von der Referenzkonfiguration aus bestimmt worden. Die Parameter der Optimierung sind Tabelle 3.17 zu entnehmen. Die Obergrenzen wurden etwas reduziert, da sich in den vorangegangenen Beispielen gezeigt hat, dass sie nicht erreicht werden.

Parameter	Wert
Populationsgröße	30
Anzahl der Generationen	300
Untergrenze aller Rückwand- und Schilddicken	0,1 mm
Untergrenze aller Spacings	50 mm
Obergrenze aller Rückwand- und Schilddicken	10 mm
Obergrenze aller Spacings	150 mm
Startwert aller Rückwanddicken	1,36 mm
Startwert aller Schilddicken	0,68 mm
Startwert aller Rückwanddicken	100 mm

Tabelle 3.17: Parameter für das Optimierungsprogramm

In Tabelle 3.18 ist das beste Ergebnis der Berechnungen dargestellt. Es wurde mit dem kombinierten Algorithmus erzielt. Das Ergebnis des Sensitivitätsalgorithmus ist in Anhang A.2 zu finden. Im Vergleich der Algorithmen zeigt sich, dass der kombinierte Algorithmus die Einsparung verdoppelt im Vergleich zum Sensitivitätsalgorithmus. Die gefundenen Konfigurationen entsprechen den Erwartungen. Die Rückwanddicke des Mantels wird nicht geändert, da sie vornehmlich durch die vordersten Flächen bestimmt wird. Für die Kappen erfolgt eine leichte Verdickung, wie sie schon von der Sensitivitätsanalyse angedeutet wurde. Für sie ist der Schutzeinfluss nicht verschmiert wie für den Mantel.

Bei den Schilddicken zeigt sich ein ähnliches Verhalten wie schon bei der Sensitivitätsanalyse, das Maximum wird unter ca.  $\pm 45^\circ$  zur Flugrichtung gefunden und das Minimum im unteren, hinteren Bereich. Für die Schilddicken sind auch die größten Unterschiede zwischen kombiniertem und Sensitivitätsalgorithmus zu finden. Das Spacing zeigt in der vorderen Hälfte relativ hohe Werte mit einem schnellen Übergang auf das Minimum, das in der hinteren Hälfte vorliegt. Für den Mantel sind in Abbildung 3.22 das Spacing und Schilddicke gezeigt.

Für dieses Beispiel zeigen sich die Vorteile des genetischen Algorithmus deutlich. Zum einen ist das Ergebnisse deutlich besser, was darauf zurückzuführen ist, dass der genetische Algorithmus dem Sensitivitätsalgorithmus neue, bessere Konfigurationen zur Verfügung stellt. Des Weiteren ist der Rechenzeitvorteil für den Sensitivitätsalgorithmus deutlich geringer. Der kombinierte Algorithmus benötigt die Analyse von 13300 verschiedenen Konfigurationen, der Sensitivitätsalgorithmus alleine 4300. Dies ein Faktor von 3 im Vergleich zu mehr als 10 im ersten Beispiel. Zurückzuführen ist dies auf zwei Einflüsse. Erstens ist das Problem mit 52 Variablen recht umfangreich und zweitens ist das Problem durch die Kopplung der Rückwanddicken des Mantels wichtiger Freiheitsgrade beraubt worden, die für den Würfel zu deutlichen Masseneinsparungen geführt haben. Es ist damit schwerer gute Konfigurationen zu finden.

Die Einsparung von 9,4% erscheint auf den ersten Blick relativ gering. Es muss hierbei jedoch beachtet werden, dass eine zusätzliche strukturmechanische Forderung berücksichtigt wird (konstante Wanddicke für den Mantel), die eigentlich nichts mit dem Schutzsystem zu tun hat. Damit stellt sich die Frage, was die Masse des Schutzsystems ist. Hier sind zwei Extreme denkbar:

1. Die Rückwand des Mantels wird dem Schutzsystem zugerechnet. Dann ergibt sich die Masseneinsparung von 9,4%.

Position	Rückwanddicke [mm]	Schilddicke [mm]	Spacing [mm]
1 (vorne)	1,36000	0,68000	109,09462
2	1,36000	0,68680	112,03913
3	1,36000	0,68000	102,16225
4	1,36000	0,72183	105,89121
5	1,36000	0,68000	107,06021
6 (oben)	1,36000	0,55080	94,33605
7	1,36000	0,48332	72,09474
8	1,36000	0,51057	57,40537
9	1,36000	0,48568	53,26224
10	1,36000	0,49012	50,00000
11	1,36000	0,48715	50,00000
12 (hinten)	1,36000	0,42787	50,00000
13	1,36000	0,44615	50,00000
14	1,36000	0,40153	50,00000
15	1,36000	0,48069	50,00000
16	1,36000	0,46625	50,00000
17	1,36000	0,28665	50,00000
18 (unten)	1,36000	0,18612	50,00000
19	1,36000	0,55080	50,00000
20	1,36000	0,68680	69,06174
21	1,36000	0,69367	104,27845
22	1,36000	0,68680	108,19702
23	1,36000	0,68000	100,00000
24 (vorne)	1,36000	0,68000	105,70565
Kappe rechts	1,51731	0,68000	100,00000
Kappe links	1,51731	0,68000	100,00000
Masse [kg]	55,520	Einsparung	9,4% bzw. 15,2%

Tabelle 3.18: Optimierte Konfiguration des zylindrischen Raumfahrzeugs mit Zweiwandssystem

- Die Rückwand des Mantels wird nicht dem Schutzsystem zugerechnet. Daraus resultiert eine Massenreduktion um 15,2%

Sicherlich liegt die reale Einsparung zwischen diesen Werten, der zweite Wert gibt jedoch ein Maß dafür, wie effektiv der Algorithmus die zu Verfügung stehenden Freiheiten genutzt hat.

### 3.4.3 Modul einer vereinfachten Raumstation

Als letztes Beispiel für die Anwendung des Optimierungsverfahrens im Bereich Schutzsysteme wird ein Modul einer vereinfachten Raumstation untersucht. Das Modell ist im Rahmen des IADC als Benchmark für verschiedene Risikoanalysetools (MDPANTO, BUMPER II, ESABASE/DEBRIS) verwendet worden [47]. Es stellt ein Modell dar, das an die ISS angelehnt ist. Dabei werden zwar nicht die realen Dimensionen verwendet, wohl aber eine An-

Spacing und Geometrie  
im Maßstab 1:13,3

Wanddicken im  
Maßstab 1:1

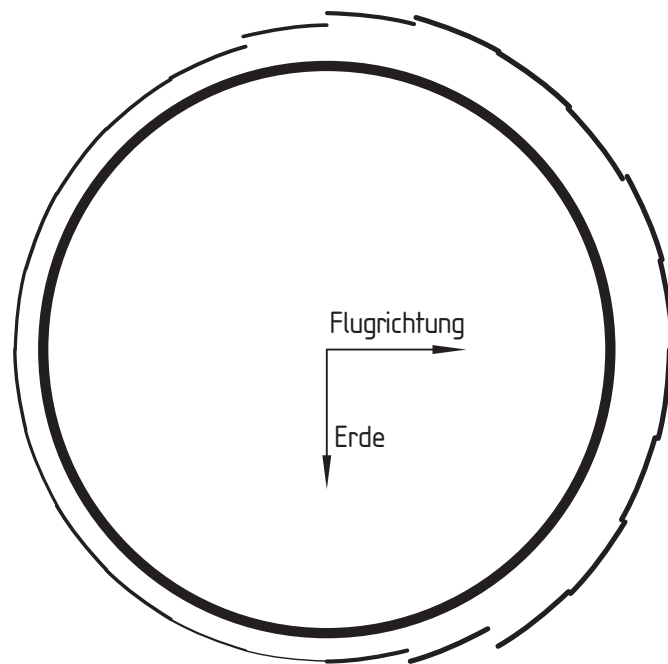


Abbildung 3.22: Spacing- und Wanddickenverteilung des optimierten Zylindermantels

ordnung mit den am meisten gefährdeten Modulen der Raumstation. In dieser Arbeit wird ein Modul dieser Raumstation untersucht. Seine Position entspricht der des europäischen COLUMBUS-Moduls an der internationalen Raumstation. Die Raumstation sowie die Anordnung des untersuchten Moduls ist in Abbildung 3.23 dargestellt. Das Bild zeigt gleichzeitig den Flux Concentration Factor für Space Debris. Die gegenseitigen Abschattungseffekte der Module sind durch die Verläufe klar zu erkennen.

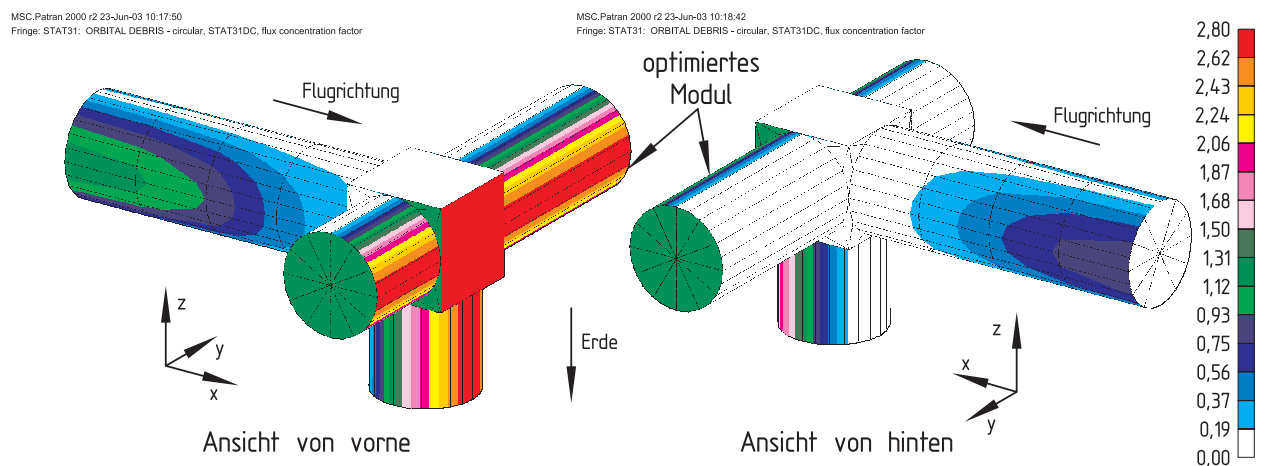


Abbildung 3.23: Flux Concentration Factor für Space Debris der vereinfachten Raumstation

Tabelle 3.19 zeigt die Missionsparameter. Die Missionsdauer von 10 Jahren liegt in der Größenordnung der ISS Lebensdauer. Die Wände sind als Zweiwandsysteme ausgeführt, wobei die Rückwanddicke auf dem Mantel wie im vorigen Beispiel konstant gehalten wird, um den Innendruck zu berücksichtigen. Die Zielfunktion ist die Masse mit der Nebenbe-

dingung von weniger als  $5 \cdot 10^{-3}$  Durchschlägen. Dies wird bei der hohen Missionsdauer zu deutlich höheren Wanddicken führen. Der Rest der Station wird nicht optimiert, muss aber wegen der Abschattungseffekte im Modell vorhanden sein. Insgesamt ergeben sich für dieses komplexe Modell hohe Rechenzeiten im Bereich von einem Tag auf einer Workstation.

Missionsparameter	Wert
Dauer	10 Jahre (ab 2002)
Orbit	400 km (kreisförmig)
Inklination	51,6°
Debris Modell	ORDEM91
Meteoriten Modell	NASA SSP 30425 [68]
Max. Zahl der Durchschläge	$5 \cdot 10^{-3}$
Material aller Wände und Schilde	Al2024T3
verwendete Schutzgleichungen	(3.23) u. (3.24), Kapitel 3.3.3.2

Tabelle 3.19: Missionsparameter für die Optimierung der Schutzsysteme des Moduls der vereinfachten Raumstation

In den Abmaßen entspricht das optimierte Modul dem vorangegangenen Beispiel des Zylinders. Auch die Anzahl der Variablen ist mit 52 die gleiche. Der Zylinder besitzt hier jedoch nur einen Deckel, da an der anderen Seite das würfelförmige Kopplungsmodul angeschlossen ist. In der Referenzkonfiguration haben alle Wände den gleichen Aufbau, indem die Zahl der Durchschläge eingehalten wird. Die erforderliche Rückwanddicke ist dann 5,94 mm, die Schilddicke wird auf die halbe Dicke gesetzt (2,97 mm) und das Spacing auf 100 mm. Diese Werte gelten für die gesamte Station und werden für den nicht optimierten Teil auf diesen Werten festgehalten. Die Masse der Station beträgt in dieser Konfiguration 976,5 kg.

### 3.4.3.1 Sensitivitätsanalyse

Im Anhang B.1 sind die Resultate der Sensitivitätsanalyse im einzelnen aufgeführt. Insgesamt zeigen sich deutlich geringere Sensitivitäten, da nur ein Teil der Raumstation optimiert wird, für die Berechnung der Werte wird jedoch die ganze Station berücksichtigt. Im Vergleich zum Zylinder ohne die Raumstation (siehe Kapitel 3.4.2) zeigt die Rückwand der Kappe einen geringeren Einfluss, weil im vorliegenden Fall nur eine Kappe vorhanden ist. Dieselben Beobachtungen gelten auch für die Schilddicke und das Spacing. Die Schilddicken zeigen für den Mantel wieder das Maximum unter ca. 45° zur Flugrichtung für die Zahl der Durchschläge. Im hinteren Teil des Zylinders hat die Schilddicke nahezu keine Einfluss auf die Zahl der Durchschläge. Da die Kostenverhältnisse nicht Null sind, erkennt man, dass auch die Schutzsensitivitäten nicht ganz Null sind, d. h., es finden Einschläge auch auf der Rückseite statt. Es sind aber nur wenige. Daher ist zu erwarten, dass die Optimierung im hinteren Bereich die Schilddicke drastisch reduzieren wird.

Für das Spacing zeigt sich ein ähnliches Verhalten. Hier ist das Maximum jedoch vorne zu finden und das Minimum bei der obersten nach hinten gerichteten Fläche (ID 7). Damit ist auch für das Spacing zu erwarten, dass eine deutliche Reduktion im hinteren Teil stattfinden wird. Die größten Kostenfaktoren sind für das Spacing der nach vorne gerichteten Mantelflächen zu finden, d. h., diese sind besonders gut geeignet, um eine Erhöhung des Schutzes bei geringem Massenaufwand zu erzielen. Die kleinsten Kostenverhältnisse ergeben sich für

das Spacing im oberen, hinteren Bereich und für die Schilddicken im hinteren Bereich. Diese Variablen ermöglichen damit große Masseneinsparung bei geringer Schutzeinbuße.

### 3.4.3.2 Optimierungsergebnisse

Es sind wiederum fünf Läufe des kombinierten Algorithmus und ein Lauf des Sensitivitätsalgorithmus von der Referenzkonfiguration aus durchgeführt worden. Die Parameter der Optimierung sind Tabelle 3.20 zu entnehmen. Die Grenzen sind nicht höher gewählt worden als in den vorangegangenen Beispielen, obwohl die höhere Missionsdauer einen höheren Schutz erfordert. Aufgrund des komplexeren Modells sind die Parameter des genetischen Algorithmus im Vergleich zum einfachen Zylinder ebenfalls erhöht worden. Wegen der sehr geringen Schutzsensitivitäten und der Forderung, dass die Rückwand eine konstante Wanddicke haben soll, ist es für den hinteren Bereich des Mantels möglich, dass kein Zweiwandssystem nötig ist. Daher ist für diesen Bereich (IDs 7-18) die Optimierung des Schutzsystemtyps zugelassen worden. Es wird dabei mit einem Zweiwandssystem gestartet.

Parameter	Wert
Populationsgröße	50
Anzahl der Generationen	400
Untergrenze aller Rückwand- und Schilddicken	0,01 <i>mm</i>
Untergrenze aller Spacings	50 <i>mm</i>
Obergrenze aller Rückwanddicken	20 <i>mm</i>
Obergrenze aller Schilddicken	10 <i>mm</i>
Obergrenze aller Spacings	200 <i>mm</i>
Startwert aller Rückwanddicken	5,94 <i>mm</i>
Startwert aller Schilddicken	2,97 <i>mm</i>
Startwert aller Spacings	100 <i>mm</i>
Starttyp des Schutzsystem (IDs 7-18)	Zweiwand

Tabelle 3.20: Parameter für das Optimierungsprogramm

Die Ergebnisse des kombinierten Algorithmus sind in Tabelle 3.21 dargestellt, die des Sensitivitätsalgorithmus alleine in Anhang B.2. Auch in diesem Beispiel zeigt der genetische Algorithmus in Kombination mit dem Sensitivitätsalgorithmus deutliche Vorteile. Neben der deutlich höheren Massenreduktion ist in diesem Beispiel die Rechenzeit des kombinierten Algorithmus etwa halb so hoch (30500 berechnete Konfigurationen) wie für den Sensitivitätsalgorithmus alleine (51000 Konfig.). Mit diesem Problem ist der Break-Even-Punkt nicht nur erreicht, sondern überschritten worden. Es zeigt sich dabei, dass es nicht allein mit der Zahl der Variablen zusammenhängt, sondern auch mit der Komplexität des untersuchten Problems. Die zusätzlichen Variablen durch die Wahl des Schutzsystemtyps im hinteren Mantelbereich führen zwar zu insgesamt 64 Variablen. Sie führen jedoch nur eine Entwicklung weiter, die ohne diese Variablen im hinteren Mantelbereich zu sehr geringen Werten führt. Dies würde auch einen Übergang zum Einwandssystem darstellen. Der genetische Algorithmus ist jedoch besser in der Lage, mit ganzzahligen Variablen umzugehen, und benötigt dem entsprechend deutlich weniger Rechenzeit als der Sensitivitätsalgorithmus alleine.

Position	Rückwanddicke [mm]	Schilddicke [mm]	Spacing [mm]
1 (vorne)	6,39730	2,02366	120,27711
2	6,39730	1,83313	112,26472
3	6,39730	2,38133	111,56786
4	6,39730	2,29381	100,12988
5	6,39730	3,69945	89,56361
6 (oben)	6,39730	2,07531	50,00000
7	6,39730	Einwandsystem	
8	6,39730	Einwandsystem	
9	6,39730	Einwandsystem	
10	6,39730	Einwandsystem	
11	6,39730	Einwandsystem	
12 (hinten)	6,39730	Einwandsystem	
13	6,39730	Einwandsystem	
14	6,39730	0,52386	50,00000
15	6,39730	0,62049	50,00000
16	6,39730	0,71579	51,10128
17	6,39730	0,79547	50,48387
18 (unten)	6,39730	0,91502	50,00000
19	6,39730	1,51213	55,85890
20	6,39730	2,46801	105,87259
21	6,39730	2,11304	111,07783
22	6,39730	3,20668	101,12162
23	6,39730	1,46372	100,23474
24 (vorne)	6,39730	2,03604	104,21167
Kappe	6,09323	1,86533	97,40757
Masse [kg]	911,9	Einsparung	6,6% bzw. 26,5%

Tabelle 3.21: Optimierte Konfiguration des Moduls der vereinfachten Raumstation mit Ein- oder Zweiwandsystem

Die Einsparung von 6,6% der Gesamtmasse ist ein sehr gutes Ergebnis, vor allem wenn beachtet wird, dass das optimierte Modul nur 25% der Gesamtmasse in der Referenzkonfiguration ausmacht. Die Referenzmasse des Moduls alleine beträgt 244 kg, die optimierte Masse 179,4 kg. Sie wird also um 26,5% reduziert. Im Vergleich dazu schafft der Sensitivitätsalgorithmus alleine nur eine Reduktion von 20% der Modulmasse.

Die Verteilung der Schilddicken zeigt das schon vom vorhergehenden Beispiel bekannte Maximum unter ca.  $\pm 45^\circ$  gegenüber der Flugrichtung. Im unteren und hinteren Bereich erfolgt ein starker Abfall auf 0,5 mm. Das Spacing liegt im vorderen Bereich zwischen 100 und 120 mm, um dann auf den Minimalwert von 50 mm abzufallen. Dies ähnelt den Ergebnissen für den Zylinder und ist, wie dort, auf die geringere Zahl und Geschwindigkeit der Einschläge von hinten zurückzuführen. Zusätzlich kommt bei diesem Beispiel hinzu, dass die anderen Module den hinteren Bereich besonders stark abschatten (siehe auch Abb. 3.23). Trotz der geringen Schilddicken und Spacings im hinteren Bereich wird weder vom kombinierten Algorithmus noch vom Sensitivitätsalgorithmus alleine eine Konfiguration gefunden, die im gesamten hinteren Bereich eine Einwandkonfiguration vorsieht. Der Vergleich der beiden Algorithmen ermöglicht die Erklärung dieser Ergebnisse. Der Sensitivitätsalgorithmus

ändert die Rückwanddicke des Mantels nicht und kann damit nur einen Bereich von  $45^\circ$  (3 IDs) als Einwandssystem ausführen. Der kombinierte Algorithmus erhöht die Wanddicke des Mantels gegenüber der Referenzkonfiguration und erreicht die geforderte Sicherheit mit  $105^\circ$  (7 IDs) als Einwandssystem. Dadurch wird klar, dass der Optimierer einen Kompromiss zwischen erhöhter Rückwanddicke und Gewichtseinsparung durch Einwandssysteme finden muss. Die Bedrohung im hinteren Mantelbereich ist nicht so klein, dass ein Einwandssystem immer ausreichend ist. Erschwert wird die Lösungssuche dadurch, dass die Rückwanddicke für den ganzen Mantel gleich ist. Für die Kappe zeigen sich ähnliche Ergebnisse wie für den Zylinder. Das Spacing wird wenig geändert, die Schilddicke sinkt deutlich im Vergleich zur Referenzkonfiguration und die Rückwanddicke wird leicht erhöht. Für den kombinierten Algorithmus ergibt sich jedoch eine geringere Rückwanddicke als für den Mantel. In den anderen Rechnungen (Zylinder und Sensitivitätsalgorithmus) haben die Kappen die gleiche oder eine größere Rückwanddicke.





# Kapitel 4

## Massenoptimierung von Flugzeugrümpfen

Moderne Flugzeugrümpfe werden als orthotrop versteifte Schalen ausgelegt. Das heißt, dass sie aus Haut, Stringern und Spanten bestehen (siehe Abbildung 4.1). Die Komplexität der verwendeten Versteifungsgeometrien ist kontinuierlich angestiegen. Es werden verschiedene Materialien kombiniert, und die Querschnitte variieren sowohl in Umfangs- als auch in Längsrichtung. Zusätzlich werden immer größere Anforderungen bezüglich Gewichtsminimierung gestellt.

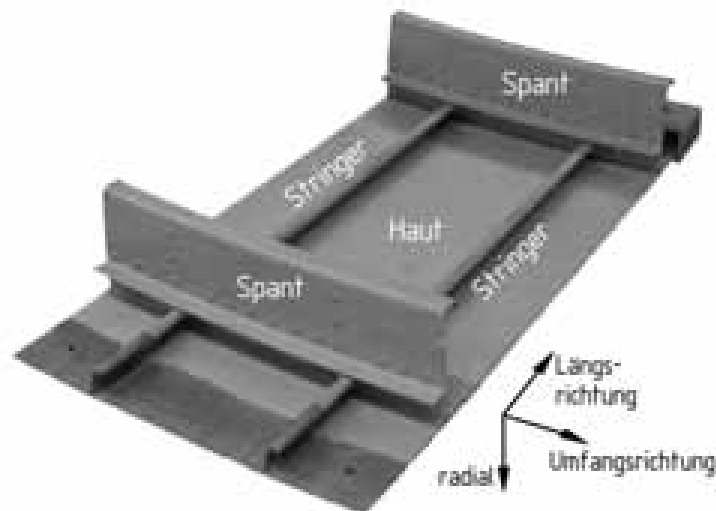


Abbildung 4.1: Ausschnitt eines Flugzeugrumpfes mit Längsversteifungen (Stringer), Umfangsversteifungen (Spant) und Haut

Die Auslegung von derartigen Flugzeugrümpfen erfolgt in der Regel gegen zwei Hauptkriterien, die Ermüdungsfestigkeit und die Stabilität. Im Reiseflug herrscht in der Kabine ein Innendruck, der einer Druckdifferenz von ca. 3000 Höhenmetern entspricht, während das Flugzeug in einer Höhe von ca. 10000 Metern fliegt. Dadurch wird der Rumpf durch Innendruck belastet, der zeitlich variabel ist, nämlich mit einem Lastspiel pro Flug. Damit ergeben sich Frequenzen von weniger als 1 pro Stunde. Trotz dieser sehr niedrigen Frequenzen ist vor allem die Ermüdung der Haut, aber auch der Stringer und Spante, ein großes Problem.

Als die ersten Passagierjets eingeführt wurden, kam es 1954 bei zwei B.O.A.C Comet zu einem Versagen der Rumpfstruktur im Flug und damit zu katastrophalen Abstürzen. Als Grund wurden Ermüdungsrisse in der Rumpfhaut ermittelt [70]. Ein weiteres bekanntes Beispiel ist eine Boeing 737 der Aloha Airlines, die am 28.04.1988 im Flug einen großen Teil des vorderen Kabinendaches durch Ermüdungsrisse an Nietverbindungen verlor [71]. Das Ermüdungsverhalten von Materialien des Flugzeugbaus ist Gegenstand intensiver Untersuchungen [70, 72–74]. Die praktische Auslegung erfolgt meist dergestalt, dass die Materialdicke so gewählt wird, dass ein wachsender Riss so langsam wächst, dass er über mehrere Wartungsintervalle keine kritische Länge erreicht [75]. Dadurch kann der Riss während der Wartung entdeckt und das betroffene Teil ausgetauscht werden. In der Praxis werden für die Rumpfhaut minimale Dicken von etwa  $1,6\text{ mm}$  und für die Stringer und Spante von  $1,4\text{ mm}$  verwendet [75].

Das zweite Hauptauslegungskriterium, die Stabilität, erfordert die detaillierte Analyse der Rumpfstruktur. Hierzu ist am Institut für Leichtbau ein Berechnungsprogramm entwickelt worden, das gute Ergebnisse bei geringen Rechenzeiten liefert. Da eine Optimierung in der Regel die Analyse vieler verschiedener Konfigurationen benötigt, ist das Programm hierfür besonders geeignet. Im Folgenden wird zunächst das Berechnungsverfahren zur Stabilitätsanalyse vorgestellt. Anschließend erfolgen zwei exemplarische Massenoptimierungen von Rumpfstrukturen. Als Restriktionen dürfen vorgegebene Lasten für verschiedene Lastfälle nicht zum Stabilitätsversagen führen. Des Weiteren sollen Minstdicken aus Gründen der Ermüdungsfestigkeit nicht unterschritten werden. Die Masse eines Rumpfes wird proportional zur Querschnittsfläche angenommen.

## 4.1 Theoretische Beschreibung des Stabilitätsverhaltens von orthotrop versteiften Zylinderschalen

Die Rumpfschale ist eine orthotrop versteifte, kreiszylindrische Schale. Sie ist durch die Fensterreihen, das Passagierdeck und durch den Kiel gestört. Die Schale wird bei quasistatischer Belastung Stabilitätsversagen zeigen, das durch axiale Druckspannungen aus der Biegebelastung und/oder durch die Schubspannungen aus der Torsions- und der Querkraftbelastung ausgelöst wird [72].

Die Auslegung einer versteiften Schale ist eine große Herausforderung an den Ingenieur und auch heute mit numerischen Werkzeugen, wie der Finiten-Elemente-Methode, allein nicht zu realisieren. Man ist hier auf die Anwendung von vereinfachten, teils empirisch erarbeiteten Methoden in Kombination mit Erfahrung und vereinfachten analytischen Modellen angewiesen.

### 4.1.1 Versagensarten der versteiften Zylinderschale

Die orthotrope Schale zeigt unter axialer Druckbeanspruchung drei typische Versagensarten (Bild 4.2), die allgemeine Instabilität, die Teilschaleninstabilität und das örtliche Versagen der Stringerprofile (Crippling) [72].

Das Beulen der Hautfelder stellt, solange die Versteifungen intakt bleiben, kein Versagen der Schale dar. Es erfolgt eine Spannungsumlagerung von der Haut auf die Stringer. Dieser Effekt wird in den Berechnungen mit Hilfe des Konzepts der mittragenden Breite berücksichtigt [2].

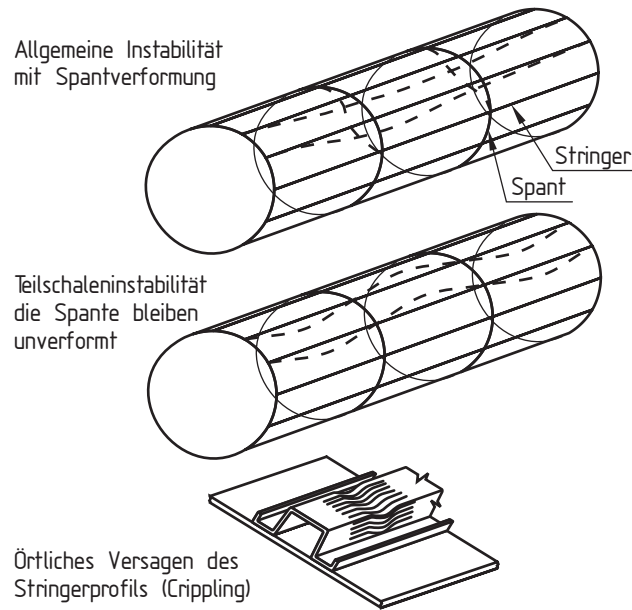


Abbildung 4.2: Versagensarten der orthotrop versteiften Schale

Die allgemeine Instabilität, ein globales Versagen der Schale, ist nicht nur von den Steifigkeitsverhältnissen, sondern auch von den Randbedingungen, der Länge der Schale, den Imperfektionen und von der Lage und dem Anschluss von zusätzlichen Versteifungen, wie den Zwischenböden, abhängig.

Die Teilschaleninstabilität ist ein Versagen von Schalensegmenten zwischen den Spanten, während die Spante selbst nicht versagen. Durch das Ausbeulen der Hautfelder kommt es zur Verlagerung eines Teils der Spannung auf die Stringer. Dies führt zu der Modellvorstellung, dass die Teilschaleninstabilität als Knicken der Stringerprofile einschließlich der mittragenden Haut aufgefasst wird. Diese Kombination aus Stringer und den zwei angrenzenden halben Hautfeldern wird im Folgenden als Stringer-Haut-Kombination bezeichnet. In Abbildung 4.1 sind demnach zwei Stringer-Haut-Kombinationen dargestellt.

Bei Crippling beulen infolge der Druckbelastung die Blechstreifen zwischen den Kanten der dünnwandigen Stringerprofile aus. Dies führt zu einer Spannungsumlagerung auf die steifen Kanten. Eine weitere Erhöhung der Druckspannung führt zum Versagen der Kanten durch Knittern (Crippling) [76].

Die versteifte Schale unter Schubspannungen, resultierend aus Querkraftschub und/oder einer Torsionsbeanspruchung, wird ebenfalls die drei oben genannten Versagensarten zeigen. Die Teilschaleninstabilität und das örtliche Versagen der Stringerprofile werden jedoch nur dann zu erwarten sein, wenn die allgemeine Instabilität bei einem Belastungsniveau auftritt, das oberhalb der Beulspannung der Hautfelder liegt, so dass diese als Diagonalzugfelder arbeiten [72].

Untersuchungen am Institut für Leichtbau haben gezeigt, dass Teilschaleninstabilität die Versagensart ist, die bei modernen Flugzeugrümpfen kritisch ist. Die allgemeine Instabilität tritt nicht auf, da die vorhandenen Spantgeometrien und zusätzliche versteifende Elemente wie die Frachtboden- und Passagierbodenabstützungen eine ausreichende Steifigkeit haben. Das Crippling begrenzt die Tragfähigkeit der Stringer nach oben und wird in dem verwendeten Verfahren als Obergrenze für die Versagenslast berücksichtigt. Zur Berechnung werden

geeignete Formeln nach Gerard verwendet [72, 76].

Mit diesen Überlegungen ergibt sich das Berechnungskonzept, welches hier verwendet wird. Unter einer gegebenen Last wird iterativ die Spannungsverteilung im Rumpf mit Hilfe einer modifizierten Balkentheorie bestimmt. Diese ergibt die Lasten für jede einzelne Stringer-Haut-Kombination. Die vorliegende Last wird mit der für jede Kombination einzeln bestimmten kritischen Last verglichen. Versagen wird nach den Annahmen für Teilschaleninstabilität dann festgestellt, wenn in einer Stringer-Haut-Kombination die kritische Last überschritten wird.

## 4.1.2 Berechnung der Spannungsverteilung in einem Rumpfabschnitt

### 4.1.2.1 Modifizierte Balkentheorie für versteifte Schalen

Für die Berechnung der Spannungsverteilung wird die Rumpfstruktur als Balken idealisiert. Hierzu wird der Querschnitt mit den Stringerprofilen und den Hautfeldern in die Idealisierung einbezogen, während die Zwischenböden nicht berücksichtigt werden. Das Trägheitsmoment des Querschnitts wird mit den Steinerschen Anteilen von Haut und Stringern berechnet, Eigentragheitsmomente werden dabei nicht berücksichtigt. Für den Querschnitt wird eine lineare Dehnungsverteilung [60] in beide Querschnittsrichtungen (siehe Abb 4.3) angenommen. Diese zwei Dehnungsverteilungen werden mit Hilfe geeigneter plastischer Spannungs-Dehnungsbeziehungen (siehe z. B. [75]) so bestimmt, dass die vom Rumpfquerschnitt übertragenen Lasten mit den äußeren im Gleichgewicht stehen.

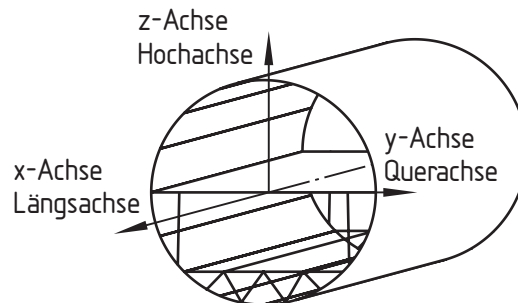


Abbildung 4.3: Achsenbezeichnungen im Flugzeugrumpf

Die Balkentheorie wird für die Berechnung der Rumpfstruktur wie folgt modifiziert:

- Liegt die berechnete Spannung in den Hautfeldern über der kritischen Beulspannung, wird das jeweilige Hautfeld nur mit seiner mittragenden Breite zur Berechnung der Rumpfquerschnittsdaten berücksichtigt.
- Die Plastizität der Werkstoffe wird bei der Berechnung der Spannungsverteilung berücksichtigt. Hierzu wird die lineare Dehnungsverteilung an den Stellen der Stringer ausgewertet. Die zugehörigen Spannungen in Haut und Stringern werden aus den Spannungs-Dehnungs-Beziehungen nach HSB [75] ermittelt. Diese ersten beiden Modifikationen erfordern eine iterative Ermittlung der Dehnungsverteilung im Rumpf.

- Die Schubspannungs- bzw. Schubflussverteilung wird wie folgt ermittelt: An zwei Enden eines Spantabschnitts werden, wie oben beschrieben, die Längsspannungen berechnet. Dabei ändert sich durch eine Querkraft das herrschende Biegemoment. Aus dem Gleichgewicht in Längsrichtung an jedem Stringer und dem Torsionsmomentengleichgewicht ergeben sich die Schubflüsse in den Hautfeldern.
- Überschreitet die Schubspannung die kritische Beulspannung in den Blechen, wird die Wirkung des Diagonalzugs als zusätzliche Drucklast auf die Stringerquerschnitte berücksichtigt [77].
- Die berechneten Lasten der Stringer-Haut-Kombination aus der Belastung werden den kritischen (zur Berechnung siehe unten) gegenübergestellt. Die Kombination mit dem geringsten Reservefaktor bestimmt den minimalen Reservefaktor des Rumpfquerschnittes.
- Gegebenenfalls wird die Berechnung für andere Spantabschnitte und/oder Lastfälle wiederholt.

Die beschriebene Vorgehensweise führt sehr schnell zu einem Ergebnis und zeigt dem Konstrukteur, welche Stringerquerschnitte am ehesten versagen werden. Zu beachten ist hier, dass die Annahme einer linearen Dehnungsverteilung nur bei einer ungestörten Schale zutreffend ist. Untersuchungen haben gezeigt, dass der gemachte Fehler gering ist. Sogar in der Nähe von Störungen stimmt die reale Dehnungsverteilung im unteren, kritischen Bereich mit der berechneten linearen gut überein. Diese Analysen werden für jeden Rumpfabschnitt zwischen zwei Spanten einzeln durchgeführt, die verschiedenen Spantabschnitte beeinflussen sich gegenseitig nicht.

#### 4.1.2.2 Hautfeldbeulen und mittragende Breite

Im Falle einer orthotrop versteiften Schale bedeutet lokales Beulen der Haut noch kein Strukturversagen. Es führt lediglich zu einer Spannungsverlagerung von den ausgebeulten Strukturbereichen in andere, z.B. von der Haut auf die Stringer. Durch die Verlagerung ergibt sich eine andere Spannungsverteilung, die bei der Versagensanalyse zu beachten ist.

##### Elastisches lokales Hautbeulen

Für einen Plattenstreifen ergibt sich mit einem Sinusansatz für das Beulmuster bei einer einachsigen Belastung eine Beziehung für die kritische Beullast, die von der Anzahl der Halbwellen in Belastungsrichtung abhängt. Die Minima der daraus resultierenden Girlandenkurve liegen bei isotropen Material auf dem gleichen Niveau [2]. Dieses Minimum wird vereinfachend als kritische Beullast angenommen. Der dabei gemachte konservative Fehler ist für Seitenverhältnisse  $a/b > 1$  klein. Hierbei ist  $a$  die Seitenlänge parallel zur Kraftrichtung und  $b$  senkrecht dazu. Es ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$\sigma_{kr} = k E \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (4.1)$$

Dabei ist  $t$  die Dicke, der Faktor  $k$  wird von den Randbedingungen bestimmt. Für Hautfelder, die an ihren Rändern einfach gestützt sind, ist  $k = 3,62$ , für die Einspannung ergibt

sich  $k$  zu 6,32. Für Hautfelder von Schalen bedeuten torsionsweiche Stringer eine einfache Stützung und torsionssteife eine Einspannung.

Hautfelder von Rumpfschalen sind meist schwach gekrümmt, wodurch sich die Beulgrenze im Vergleich zu ebenen Hautfeldern anhebt. Für schwach gekrümmte Plattenstreifen gibt Wiedemann [2] folgende Formel für  $k$  an:

$$k \approx 3,62 \left( 1 + \frac{\Omega}{16\pi^4} \right) \quad (4.2)$$

Dabei ist  $\Omega$  ein Krümmungsmaß des Blechstreifens, definiert durch

$$\Omega = 12(1 - \nu^2) \left( \frac{b^2}{Rt} \right)^2, \quad (4.3)$$

wobei  $R$  der Radius ist. Ein anderer Ansatz zur Berücksichtigung der Krümmung ist folgender [2, 78]:

$$\sigma_{kr} = k E \left( \frac{t}{b} \right)^2 + 3,92 E \left( \frac{t}{R} \right)^{1,54} \quad (4.4)$$

Hierbei wird zusätzlich zum Term des ebenen Feldes ein weiterer addiert, der der kritischen Beulspannung einer Zylinderschale mit dem Radius  $R$  und der Wanddicke  $t$  entspricht. Dieses Vorgehen vernachlässigt die Drillsteifigkeit und die Nachgiebigkeit der angeschlossenen Stringerprofile. Das kann sowohl zu optimistischen als auch zu pessimistischen Ergebnissen führen. Im Rahmen von Untersuchungen am Institut für Leichtbau sind mit diesem Ansatz gute Erfahrungen gemacht worden [78], so dass Gleichung (4.4) vom Berechnungsprogramm verwendet wird.

### Plastisches lokales Beulen der Hautfelder

Im vorhergehenden Abschnitt wird die kritische Spannung unter der Voraussetzung ermittelt, dass sich das Material linear-elastisch verhält. Bei höheren Spannungen muss die Plastizität beachtet werden. Dazu wird die kritische elastische Spannung durch den E-Modul geteilt. Mit der so gewonnenen kritischen Dehnung  $\epsilon_{kr}$  und einem reduzierten E-Modul,  $E_{red}$ , der das plastische Materialverhalten berücksichtigt, kann die kritische plastische Spannung bestimmt werden .

$$\frac{\sigma_{kr,el}}{E} = \epsilon_{kr} = \frac{\sigma_{kr,pl}}{E_{red}} \quad (4.5)$$

Es gibt verschiedene Konzepte für die Ermittlung des reduzierten E-Moduls. Für dünnwandige Hautfelder wird folgende Beziehung empfohlen [2, 78]:

$$E_{red} = \sqrt{E_{sec} E_{tang}} \quad (4.6)$$

### Mittragende Breite

Zur Berücksichtigung des Hautbeulens bei der Ermittlung der Spannungsverteilung wird die mittragende Breite eingeführt. Im ausgebeulten Zustand trägt die Haut in der Mitte des Feldes weniger als in der Nähe des Stringerprofils. Daher wird nur ein Teil der Hautbreite zwischen den Stringern als tragend betrachtet. Dazu wird die resultierende Kraft aus der realen Spannungsverteilung auf die mit der Balkenidealisierung ermittelten Spannung im Profil bezogen. Daraus ergibt sich eine Fläche und mit der Hautdicke eine mittragende Breite  $b_m$ . Da die reale Spannungsverteilung schwer zu ermitteln ist, wird vielfach die Näherung nach Marguerre verwendet [2, 78]:

$$\frac{b_m}{b} = \sqrt[3]{\frac{\sigma_{kr,Haut}}{\sigma_{Pr}}} \quad (4.7)$$

Eine weitere Formel zur Bestimmung der mittragenden Breite wurde von Kármán angegeben [2]:

$$\frac{b_m}{b} = \sqrt[2]{\frac{\sigma_{kr,Haut}}{\sigma_{Pr}}} \quad (4.8)$$

In beiden Fällen ist  $\sigma_{kr,Haut}$  die Beulspannung des Hautfeldes und  $\sigma_{Pr}$  die Spannung im Profil. Da sich die Spannung im Profil mit  $b_m$  ändert, ist eine Iteration zur Bestimmung der mittragenden Breite erforderlich. Wiedemann [2] gibt als Auswahlkriterien zum einen die Randbedingungen in Längsrichtung (dies entspricht der Lagerung durch die Spante im Flugzeugrumpf) und den Grad der Beulspannungsüberschreitung. Gleichung (4.7) wird für durchgehende, losgelagerte Hautfelder und Überschreitungsgrade über 3 empfohlen. Die Verhältnisse in modernen Flugzeugrümpfen können zu Überschreitungsgraden von größer als 3 führen, die Spante sind vergleichsweise torsionsweich und die Haut ist einteilig über mehrere Felder. Aus diesen Gründen und der langjährigen guten Erfahrungen am Institut für Leichtbau wird in dem hier beschriebenen Berechnungsprogramm Gleichung (4.7) verwendet.

#### 4.1.2.3 Berücksichtigung der Schubbelastung

Das Vorgehen zur Analyse des Diagonalzugs wurde von Kuhn 1956 [77] veröffentlicht. Es sind keine weitergehenden Konzepte und Entwicklungen in dieser Richtung bekannt. Auch Wiedemann [2] und Hertel [3] geben in ihren Büchern die Arbeiten von Kuhn wieder.

### Örtliches Beulen

Die Hautfelder zwischen den Stringern werden bei reiner Schubbelastung bei Erreichen der kritischen Schubspannung ausbeulen. Für die kritische Schubspannung finden sich Formeln in der Literatur z. B. bei Wiedemann [2]. Tritt die Schubspannung gemeinsam mit einer Längsspannung auf, ändert sich die kritische Schubspannung. Dazu werden im Verfahren Interaktionsformeln nach Kuhn [77] für kombinierte Druck-/Schubbeanspruchung bzw. Zug-/Schubbeanspruchung verwendet.

Der reine Diagonalzug ergibt sich, wenn die vorliegende Schubspannung die kritische Spannung weit überschreitet. Vorher wird angenommen, dass nur ein Teil der Schubspannung



als Diagonalzug arbeitet. Dies wird durch den Diagonalzugfaktor  $k_{ZF}$  berücksichtigt. Nach Kuhn [77] gilt für gekrümmte Schalen:

$$k_{ZF} = \tanh \left[ \left( 0,5 + 300 \frac{tl}{Rb} \right) \log \frac{\tau}{\tau_{d/z,kr}} \right] \quad \text{für } \frac{l}{b} \leq 2 \quad (4.9)$$

Dabei sind  $t$  die Hautdicke,  $l$  die Stringerlänge,  $R$  der Radius des Rumpfes und  $b$  die Breite des Hautfeldes. Ist das Verhältnis  $\frac{l}{b} > 2$ , wird es zu 2 gesetzt. Die vorhandene Schubspannung wird mit  $\tau$  bezeichnet, während  $\tau_{d/z,kr}$  die kritische Schubspannung bei der vorhandenen (kombinierten) Belastung ist.

### Zusatzbeanspruchung der Stringer

Der Anteil des Schubflusses im Hautfeld, der als Diagonalzug arbeitet, zieht an den dem Hautfeld benachbarten Spanten. Die Komponente dieser Beanspruchung, die in Richtung der Stringer wirkt, muss von diesen als Drucklast aufgenommen werden. Mit den Schubflüssen  $q_a$  und  $q_b$  in den an einem Stringer angeschlossenen Hautfeldern mit den Breiten  $b_a$  und  $b_b$  ergibt sich die folgende zusätzliche Drucklast im Stringer [77]:

$$N_{ZF} = \frac{1}{2} (k_{ZF,a} q_a b_a \cot \alpha_a + k_{ZF,b} q_b b_b \cot \alpha_b) \quad (4.10)$$

In Gleichung (4.10) sind  $\alpha_a$  und  $\alpha_b$  die sich einstellenden Faltenwinkel in den Hautfeldern  $a$  und  $b$ . Diese Winkel können nach Kuhn [77] für Felder, die gleichzeitig auf Druck und Schub beansprucht werden, zu  $\alpha \approx 45^\circ$  angenommen werden. In Experimenten wurde festgestellt, dass diese Annahme nicht zutrifft. Es stellen sich Faltenwinkel von bis zu  $70^\circ$  ein. Diese führen zu deutlich anderen Lasten bei der Berechnung der Zusatzlasten mit Gleichung (4.10). Die von Kuhn [77] angegebenen Berechnungsformeln für  $\alpha$  sind nicht in der Lage, diese Versuchbeobachtungen wiederzugeben. Eine genauere Analyse der Herleitung bei Kuhn ergibt jedoch, dass ihr die Annahme zu Grunde liegt, dass die Winkel Hauptspannungsrichtungen darstellen. Kuhn hat zur Herleitung die Theorie eines Schubfeldträgers verwendet. Dabei wird angenommen, dass im Hautfeld nur Schub herrscht und die Längslasten von den Versteifungen aufgenommen werden. Somit ergibt sich im Hautfeld immer ein Schubbeulwinkel von nahezu  $45^\circ$ . Abweichungen davon werden von Kuhn nur in Folge der endlichen Steifigkeit der Versteifungen (Stringer und Spante) und der rechteckigen, nicht quadratischen Geometrie des Hautfeldes berücksichtigt [77]. In modernen Verkehrsflugzeugen wird die Haut als tragendes Element für Längslasten verwendet, so dass die Annahmen der Schubfeldträgertheorie nicht zulässig sind. Daher wurde folgendes Verfahren für die Bestimmung des Zugfeldwinkels gewählt:

1. Bestimmung des Zugfeldwinkels nach Kuhn und dessen Abweichung von  $45^\circ$   
Diese Abweichung stellt den Einfluss der Hautfeldgeometrie und der Versteifungen auf den Winkel dar.
2. Bestimmung der Hauptspannungsrichtung aus Längs- und Schubspannungen
3. Korrektur der Hauptspannungsrichtung mit der im ersten Schritt bestimmten Abweichung

Die so berechneten Winkel stimmen gut mit den Beobachtungen bei Versuchen überein.

### 4.1.3 Berechnung der Versagenslast einer Haut-Stringer-Kombination

Zur Berechnung der Versagenslast einzelner Stringer-Haut-Kombinationen wird in der Literatur in den meisten Fällen das Vorgehen nach Euler-Johnson vorgeschlagen [2, 72, 75, 79]. Zur Berechnung ist die Kenntnis der Randbedingungen an der Spante in Form des Einspannfaktors notwendig. Dieser wird durch den Vergleich mit Versuchslasten an Teilschalen bestimmt, da in der Realität weder eine gelenkige Lagerung noch eine Einspannung vorliegt. Das Verfahren gilt nur für torsionssteife Querschnitte, ein gekoppeltes Versagen kann nicht berechnet werden [72]. Ein Einfluss, der durch Teilschalenversuche nur ungenau wiedergegeben werden kann und beim Euler-Johnson-Verfahren in den Einspannfaktor eingeht, ist die elastische Bettung durch die Haut. Eine radiale Auslenkung eines Stringers mit angeschlossener Haut bewirkt eine Dehnung der Haut in Umfangsrichtung. In der geschlossenen Schale wird diese durch die Umfangsdehnsteifigkeit der Haut behindert und erzeugt so eine rückstellende Kraft. Im Folgenden wird ein Verfahren erläutert, das die Bettung durch die Haut, getrennt von Einflüssen wie den Lagerungsbedingungen, berücksichtigt. Da dieses Verfahren, anders als das Euler-Johnson-Verfahren, das Cripplingversagen nicht berücksichtigt, wird dieses getrennt berechnet und als Obergrenze für die Versagenslast verwendet.

#### 4.1.3.1 Cripplingversagen

Die Belastung der Stringer führt zunächst zum Beulen der Plattenstreifen, aus denen die Profile zusammengesetzt sind. Dies bedeutet noch kein Versagen, da die Spannungen auf die steifen Kanten umgelagert werden. Eine weitere Vergrößerung der Belastung führt schließlich zur Überlastung der Kanten, die dann durch Knittern (Crippling) versagen (siehe Abb. 4.2). Die Ermittlung der eigentlichen Crippling-Spannung stellt analytisch ein großes Problem dar. Hier werden vornehmlich semiempirische Vorgehensweisen verwendet, wie sie weiter unten erläutert werden [2, 75, 78].

Verschiedene Autoren geben verschiedene Obergrenzen für  $\sigma_{cripp}$  an. Im Allgemeinen stellt  $\sigma_{0,2}$  eine natürliche Obergrenze dar [72]. Voraussetzung für Crippling ist das vorhergehende örtliche Beulen der Plattenstreifen. Daraus ergibt sich folgende Beziehung:

$$\sigma_{kr, \text{örtl.}} \leq \sigma_{cripp} \leq \sigma_{0,2} \quad (4.11)$$

#### Örtliches Beulen der aus Plattenstreifen zusammengesetzten Stringer

Aufbauend auf den Gleichungen für Plattenbeulen des Kapitels 4.1.2.2, wird folgendes Verfahren für aus Plattenstreifen zusammengesetzte Strukturen (z.B. die Kombination aus Stringer und Haut) verwendet. Es wird die Tatsache genutzt, dass Platten ein günstiges Nachbeulverhalten haben, d. h., dass sie auch nach dem Beulen die kritische Last weiter tragen, sie kann sogar noch erhöht werden. Aus diesem Grund kann davon ausgegangen werden, dass die Tragkraft der betrachteten Struktur bei individuellem Beulen der einzelnen Plattenstreifen aufaddiert werden kann. Bezogen auf die gesamte Querschnittsfläche ergibt sich somit eine gemittelte Beulspannung.

$$\sigma_{kr, \text{örtl.}} = \frac{\sum A_i \sigma_{kr, i}}{\sum A_i} \quad (4.12)$$

Alternativ wird auch die Beullast  $N_{kr}$  verwendet, die wie folgt berechnet wird:

$$N_{kr, \text{örtl.}} = \sum A_i \sigma_{kr, i} = \sigma_{kr, \text{örtl.}} A_{ges} \quad (4.13)$$

Die einzelnen Beulspannungen  $\sigma_{kr, i}$  werden nach Gleichung (4.1) ermittelt, wobei für zusammengesetzten Plattenstreifen folgende  $k$ -Werte gelten:

- Für einen Streifen zwischen zwei Profilkanten ist  $k = 3,62$  [2, 72]
- Der obere Flansch, beispielsweise eines Z-Profils, ist an der einen Seite durch die Kante gelagert und auf der anderen frei. Dazu gehört ein  $k$ -Wert von 0,45 [72]
- Der auf die Haut genietete Profilflansch wird mit  $k = 3,62$  und seiner vollen Breite gerechnet, obwohl er einen freien Rand besitzt [72].
- Für Profile mit rundem Flansch, wie sie im Flugzeugbau vielfach verwendet werden, wurde die folgende Formel für das offene Halbkreisprofil vorgeschlagen [80]:

$$\sigma_{kr} = 0,5 \cdot E \left( \frac{t}{R} \right)^2 \quad (4.14)$$

Ein an den Bogen angeschlossener Steg wird an diesem Anschluss als gelenkig gelagert angesehen.

Für die Ermittlung der Spannungsverteilung ist die Haut zu berücksichtigen. Dies bedeutet, dass die zum Stringer gehörenden Hautfelder als weitere Plattenstreifen berücksichtigt werden.

Die hier wieder erforderliche plastische Korrektur nach Gleichung (4.5) erfolgt getrennt für jeden Plattenstreifen. Werden beispielsweise für die Stringer und die Haut unterschiedliche Materialien verwendet, ist dieses bei der Ermittlung der reduzierten E-Module nach Gleichung (4.6) zu berücksichtigen.

### Semiempirische Verfahren für die Cripplingsspannung

Gerard [76] hat, aufbauend auf Versuchsergebnissen, eine Methode entwickelt, die es gestattet, für Profile unterschiedlicher Querschnittsform die Spannung, die zum Crippling führt, zu ermitteln. Die Methode ist von Bruhn [72] ausführlich dokumentiert. Berechnungen mit dem expliziten FE-Programm PAMCRASH am Institut für Leichtbau der RWTH Aachen haben für einige Profilquerschnitte die Methode von Gerard bestätigt. Für Stringerprofile mit zwei Kanten (Z-, J-, U-Profil) gibt Gerard folgende Formel an:

$$\frac{\sigma_{cripp}}{\sigma_{0,2}} = 3,2 \left[ \frac{t^2}{A_s} \cdot \left( \frac{E}{\sigma_{0,2}} \right)^{\frac{1}{3}} \right]^{0,75} \quad (4.15)$$

Dabei ist  $A_s$  die Stringerquerschnittsfläche. Für Teilschalen mit aufgenieteten Stringern gibt er eine eigene Formel an:

$$\frac{\sigma_{cripp}}{\sigma_{0,2}} = 0,56 \left[ \frac{g \cdot t^2}{A} \cdot \left( \frac{E}{\sigma_{0,2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{0,85} \quad (4.16)$$

Hierbei ist  $A$  die gesamte Querschnittsfläche. Der Parameter  $g$  hängt von der Profilgeometrie ab. Die Anzahl der erforderlichen Schnitte, um das Profil in einfache Bauteile zu zerlegen, wird zu der Summe der  $g$ -Werte dieser Grundbauteile addiert und ergibt  $g$ . Bei einem Z-Profil ist ein Schnitt erforderlich, um das Profil in zwei Winkelprofile zu zerlegen, die jeweils einen  $g$ -Wert von 2 haben. Daher ergibt sich  $g = 5$  für das Z-Profil. Weitere Grundbauteile sind der einfache Flansch ( $g = 1$ ), das T-Profil ( $g = 3$ ) und das Kreuzprofil ( $g = 4$ ). Für ein Rechteckprofil ergeben sich 4 Schnitte, um das Profil in 4 Winkel zu zerlegen, wodurch sich  $g = 12$  ergibt.

Zur Berücksichtigung der unterschiedlichen Materialien kann Gleichung (4.16) verwendet werden. Dazu wird die Gleichung für Haut und Stringer getrennt ausgewertet und die mit den entsprechenden Werten von  $\sigma_{0,2}$ , berechneten Crippingspannungen mit der jeweiligen Querschnittsfläche multipliziert. Aus der Summe erhält man eine kritische Crippling-Last (vgl. Gleichung (4.13)).

Alternativ kann auch Gleichung (4.15) verwendet werden. Dazu wird die Crippingspannung nur für den Stringer berechnet und daraus eine Dehnung bestimmt. Für die Haut wird angenommen, dass sie die gleiche Dehnung erfährt. Die zugehörige Spannung führt dann zu einer mittragenden Breite. Die Spannungen für den Stringer und die Haut ergeben mit den entsprechenden Querschnittsflächen (unter Berücksichtigung von  $b_m$ ) die Crippinglast.

Die Untersuchungen am Institut für Leichtbau haben gezeigt, dass die letztgenannte Vorgehensweise sinnvolle Ergebnisse liefert, die Gleichung (4.11) erfüllen. Daher wird im Berechnungsprogramm die Cripplinglast mit Gleichung (4.15) bestimmt.

#### 4.1.3.2 Kritische Last des Balkens auf elastischer Bettung

Bei der Berechnung der kritischen Last des Balkens auf elastischer Bettung ist zu beachten, dass die Beulform kurzweilig werden kann. Daher kann die Schubnachgiebigkeit nicht mehr vernachlässigt werden. Für die Berechnung der kritischen Last unter diesen Voraussetzungen, wie auch für beliebige Randbedingungen, existiert keine geschlossene Lösung. Es wird daher folgende Vorgehensweise [78] angewendet:

- Numerische Integration der Differentialgleichungen.
- Mithilfe des Southwell-Plots kann die elastische kritische Last mit guter Näherung berechnet werden.
- Plastische Korrektur in Anlehnung an das Verfahren von Engesser-Kármán.

Nach Theorie erster Ordnung, setzt sich die Verdrehung des Querschnitts eines allgemeinen, schubweichen Balkens aus der Verdrehung in Folge der Biegeverformung und der Verdrehung in Folge der Schubverformung zusammen [60, 78]:

$$\frac{dw}{dx} = \underbrace{\frac{dw_B}{dx}}_{\beta} + \frac{dw_S}{dx} \quad (4.17)$$

Die Verdrehung durch den Schub ist [60, 78]

$$\frac{dw_S}{dx} = -\frac{Q}{A_S G} = -\frac{M'}{A_S G} \quad (4.18)$$

wobei  $A_S$  die schubtragende Querschnittsfläche ist und berücksichtigt ist, dass die Querkraft gleich der ersten Ableitung des Moments ist. Betrachtet man nun das Momentgleichgewicht am verformten Balkenelement (Theorie 2. Ordnung), so erhält man:

$$dM = Q dx + N dw \quad (4.19)$$

Hierbei ist  $N$  die bei Zug positive Vorspannkraft in Längsrichtung. Mit den Gleichungen (4.17) und (4.18) ergibt sich daraus:

$$\begin{aligned} M' = \frac{dM}{dx} &= Q + N \underbrace{\left( \beta - \frac{M'}{A_S G} \right)}_{\frac{dw}{dx}} \\ M' \cdot \left( 1 + \frac{N}{A_S G} \right) &= Q + N \beta \\ M' &= \left( \frac{N}{1 + \frac{N}{A_S G}} \right) \beta + \left( \frac{1}{1 + \frac{N}{A_S G}} \right) Q \\ \frac{M'}{IE} &= \left( \frac{\frac{N}{IE}}{1 + \frac{N}{A_S G}} \right) \beta + \left( \frac{1}{1 + \frac{N}{A_S G}} \right) \frac{Q}{IE} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Wird Gleichung (4.20) in (4.17) eingesetzt, um den Übergang von Theorie 1. Ordnung zu Theorie 2. Ordnung zu vollziehen, so erhält man nach einigen Umformungen:

$$\begin{aligned} w' = \frac{dw}{dx} &= \beta - \frac{M'}{A_S G} \\ &= \beta - \frac{IE}{A_S G} \left( \frac{\frac{N}{IE}}{1 + \frac{N}{A_S G}} \beta + \frac{1}{1 + \frac{N}{A_S G}} \frac{Q}{IE} \right) \\ &= \left( 1 - \frac{\frac{N}{A_S G}}{1 + \frac{N}{A_S G}} \right) \beta - \left( \frac{\frac{IE}{A_S G}}{1 + \frac{N}{A_S G}} \right) \frac{Q}{IE} \\ &= \left( \frac{1}{1 + \frac{N}{A_S G}} \right) \beta - \left( \frac{\frac{IE}{A_S G}}{1 + \frac{N}{A_S G}} \right) \frac{Q}{IE} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Auch für den schubweichen Balken nach Theorie 2. Ordnung muss gelten:

$$\frac{d\beta}{dx} = \frac{M}{IE} \quad (4.22)$$

Die Änderung der Querkraft entlang der Balkenachse ist gleich der aufgetragenen Linienlast. Im betrachteten Fall wird diese durch die elastische Bettung erzeugt. Damit ergibt sich mit  $k$  als Bettungsziffer:

$$\begin{aligned} \frac{dQ}{dx} &= -p = -kw \\ \frac{Q'}{IE} &= -\frac{k}{IE}w \end{aligned} \quad (4.23)$$

Mit den Gleichungen (4.21), (4.22), (4.20) und (4.23) ergibt sich so die Differentialmatrix des schubweichen Balkens auf elastischer Bettung [78]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \vec{u} = (A) \vec{u} \quad (4.24)$$

$$\text{mit } \vec{u} = \begin{pmatrix} w \\ \beta \\ \frac{M}{IE} \\ \frac{Q}{IE} \end{pmatrix} \quad \text{und } (A) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{1+\frac{N}{A_S G}} & 0 & -\frac{\frac{IE}{A_S G}}{1+\frac{N}{A_S G}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{\frac{N}{IE}}{1+\frac{N}{A_S G}} & 0 & \frac{1}{1+\frac{N}{A_S G}} \\ -\frac{k}{IE} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In Anlehnung an die Lösung von Differentialgleichungen erster Ordnung ergibt sich folgende Lösung:

$$\vec{u}_x = e^{(Ax)} \vec{u}_0 \quad (4.25)$$

Mit der Lie-Magnus-Reihe kann  $e^{(Ax)}$  numerisch berechnet werden [81]:

$$(W(x)) = e^{(Ax)} = \sum_{n=0}^m \frac{(Ax)^n}{n!} \quad (4.26)$$

Die Bettungsziffer  $k$  für einen Stringerquerschnitt errechnet sich aus der Umfangsdehnsteifigkeit der Schalenhaut. Für einen Hautstreifen mit Einheitsbreite entspricht diese dem Innen- oder Außendruck, der erforderlich wäre, um den Radius um eine Längeneinheit (hier 1 mm) zu verändern. Da ein Stringer jeweils von den beiden benachbarten Hautfeldern zur Hälfte gebettet wird, ist der oben beschriebene Wert mit der Stringerteilung zu multiplizieren.

$$k = \frac{t E}{R^2} \cdot b \quad (4.27)$$

Die elastische Lagerung  $K_\phi$  an den Enden des Balkens wird durch die Randbedingungen in Gleichung (4.25) berücksichtigt. Dazu wird die Verdrehung  $w'_B$  am Ende mit dem resultierenden Biegemoment  $M$  nach folgender Beziehung verknüpft:

$$M = K_\phi \cdot w'_B \quad (4.28)$$

Aus den Querschnittsdaten realer Flugzeugrümpfe ergibt sich eine relativ geringe Torsionssteifigkeit der Spante. Diese bestimmt im Wesentlichen die Lagerbedingungen der Stringer und der Haut. Aus diesem Grund wird im verwendeten Berechnungsverfahren die konservative Annahme getroffen, dass an den Enden der Haut-Stringer-Kombination eine gelenkige Lagerung vorliegt ( $K_\phi = 0$ ).

Wie oben erwähnt ergibt sich durch die elastische Bettung und der Schubweichheit die Möglichkeit, dass eine Wellenzahl höher als 1 kritisch wird. Dies ist insbesondere dann zu erwarten, wenn eine starke Bettung, sprich große Dicke bei geringem Radius vorliegt und/oder die Schubsteifigkeit des Querschnitts gering ist. Daher ist es nötig, die kritische Last für verschiedene Wellenzahlen zu bestimmen und daraus die geringste als kritischen Fall zu wählen. Die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Konfiguration haben jedoch alle die kritische Wellenzahl 1.

### Southwell-Plot

Zur Verwendung des Southwell-Plots müssen die Verformungen und/oder die Spannungen an der untersuchten Stelle des Balkensystems bekannt sein. Bei konstant bleibender statischer Belastung oder bei einer anfänglichen Imperfektion wird die Vorspannung  $N$  gesteigert und die Durchbiegung  $w$  über  $\frac{w}{N}$  aufgetragen (vgl. Bild 4.4). Eine solche Darstellung wird als Southwell-Plot bezeichnet [78]. Die so aufgetragenen Punkte befinden sich auf einer geraden Linie. Die Steigung dieser Linie ist der kritische Wert der Vorspannung [82]. Es ergibt sich hiermit eine gute Näherung für die elastische kritische Last, gleichgültig, ob die berechneten oder gemessenen Werte für die Durchbiegung aufgetragen werden.

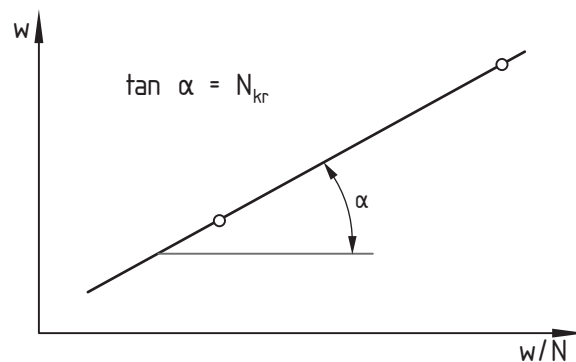


Abbildung 4.4: Southwell-Plot

Das Verfahren bestimmt die Durchbiegung in der Mitte der Stringer-Haut-Kombination für die Last Null und eine weitere Vorlast. Daraus lässt sich mithilfe der Geradengleichung die Steigung und so die kritische Last bestimmen. Für die Analyse höherer Wellenzahlen ist die Durchbiegung an anderen Stellen des Balkens nötig, z. B. bei einem Viertel der Länge für Wellenzahl 2. Der restliche Berechnungsablauf bleibt derselbe.

### Plastische Korrektur für das Knicken zusammengesetzter Querschnitte

Die zunächst elastisch berechnete Knicklast muss zur Berücksichtigung des plastischen Materialverhaltens korrigiert werden. Dabei ist zu beachten, dass der Querschnitt des Knickstabes (Stringer und mittragende Breite der Haut) aus unterschiedlichen Werkstoffen zusammengesetzt sein können. Es wird eine kritische Dehnung ermittelt, um mit einem geeigneten reduzierten E-Modul die kritische Spannung zu berechnen.

Zur Berechnung des kritischen E-Moduls wird nach Engesser-Kármán vorausgesetzt, dass der Querschnitt auch während des Knickens eben bleibt [78]. Dies bedeutet, dass der auf Druck beanspruchte Stab, sobald er seitlich ausweicht (knickt), in einem Teil des Querschnitts zusätzlich belastet wird, während der restliche Querschnitt entlastet wird. Dabei stellen sich unterschiedliche E-Module ein.

Die Belastung im Querschnitt setzt sich aus einer konstanten Drucklast und einer überlagerten Biegebeanspruchung zusammen. Die Drucklast ergibt sich aus dem Kräftegleichgewicht in Längsrichtung. Für die Biegebelastung gilt, dass sie keine resultierenden Längskräfte verursacht, da der Knickstab bei der Knicklast keine Lasterhöhung mehr ertragen kann. Die Annahme, dass der Querschnitt eben bleibt, führt zu einer linearen Dehnungsverteilung über dem Querschnitt. Im zusätzlich auf Druck belasteten Bereich des Querschnitts stellt sich der Tangentenmodul ein, während im entlasteten der elastische E-Modul angesetzt werden kann. Unter der Randbedingung, dass die Biegung keine zusätzliche Längskraft erzeugt, ergibt sich die Lage der neutralen Faser [78]. Das Biegemoment wird durch die lineare Dehnungsverteilung und die verschiedenen E-Module im Gleichgewicht gehalten:

$$M_B = \left( \sum_i I_{NP,i} E_i \right) w'' \quad (4.29)$$

Dabei sind  $I_{NP,i}$  die Flächenträgheitsmomente der Teilflächen  $i$  des Querschnitts bezogen auf die neutrale Faser und  $E_i$  die E-Module, die sich in den Teilflächen einstellen. Durch die Aufteilung in Teilflächen, die für die Bestimmung des reduzierten E-Moduls erforderlich ist, können gleichzeitig verschiedene Materialien im Querschnitt berücksichtigt werden. Mit Hilfe der Gleichheit der Biegemomente wird der reduzierte E-Modul definiert:

$$M_B = E_{red} I w'' = \left( \sum_i I_{NP,i} E_i \right) w'' \quad (4.30)$$

Er ergibt sich zu:

$$E_{red} = \frac{\sum_i I_{NP,i} E_i}{I} \quad (4.31)$$

Durch die unterschiedlichen Materialien und die nicht symmetrischen Querschnitte ergeben sich verschiedene plastische Knicklasten für Knicken nach außen oder nach innen. Das Berechnungsverfahren bestimmt die Lasten für beide Fälle und wählt den niedrigeren Wert als kritische Last. In den Bruchversuchen hat sich gezeigt, dass die Stringer-Haut-Kombinationen in unterschiedlichen Spantabschnitten nach außen oder nach innen ausweichen. Dadurch wird die Wahl der konservativen Knicklast erforderlich. Liegt die korrigierte plastische Versagenslast über der berechneten Cripplinglast, wird letztere als Versagenslast angenommen.



#### 4.1.3.3 Biegedrillknicken

Das Biegedrillknicken der Teilschale ist die Instabilität der in Biegetorsion verformten Profile. Bei den in modernen Flugzeugrümpfen verwendeten Z-Profilen kann der Fußpunkt als erzwungene Drehachse aufgefasst werden. Bei Verdrehen verformt sich die Haut und liefert ein kontinuierliches, elastisches Rückstellmoment, eine elastische Bettung gegen Verdrehen. Die elastische Bettung ist unterschiedlich, je nachdem, ob die Stringer sich in gleichem Sinne oder alternierend verdrehen. Für die Berechnung wird die schwächere elastische Bettung der alternierenden Verdrehung maßgeblich sein.

Für die Berechnung der reinen Drillknicklast unter Berücksichtigung der Bettung muss die aus der Literatur bekannte Differentialgleichung (z. B. [78, 83]) um den Anteil der Bettung erweitert werden:

$$EC_w \varphi^{IV} + (Pi_M^2 - GI_T) \varphi'' + k_\psi \varphi = 0 \quad (4.32)$$

Dabei sind:

$C_w$	Wölbwiderstand inkl. tragender Haut
$P$	Last
$i_M$	polarer Trägheitsradius bzgl. Drehpunkt
$I_T$	Saint-Venant'sches Torsionsträgheitsmoment, $I_T = \sum \frac{1}{3} b_i t_i^3$
$k_\psi$	elastische Verdrehsteifigkeit (Bettung um die erzwungene Achse), $k_\psi = \frac{Et^3}{3b}$
$\varphi$	Verdrehung

Mit Hilfe eines Sinusansatzes und  $n$  als Wellenzahl ergibt sich hieraus die kritische Drillknicklast:

$$N_T = \frac{1}{i_M^2} \left( GI_T + EC_w \frac{n^2 \pi^2}{l^2} + k_\psi \frac{l^2}{n^2 \pi^2} \right) \quad (4.33)$$

Nach Kollbrunner [83] ist die kritische Last für das kombinierte Versagen unter Biegung und Torsion durch die Lösung der folgenden Gleichung gegeben.

$$0 = \left(1 - \frac{N_y}{N_{kr}}\right) \left(1 - \frac{N_x}{N_{kr}}\right) \left(1 - \frac{N_T}{N_{kr}}\right) - \left(1 - \frac{N_y}{N_{kr}}\right) \left(\frac{x_s^*}{i_M}\right)^2 - \left(1 - \frac{N_x}{N_{kr}}\right) \left(\frac{y_s^*}{i_M}\right)^2 \quad (4.34)$$

Hierbei sind:

$N_x$	Biegeknicklast um die erste Hauptachse
$N_y$	Biegeknicklast um die zweite Hauptachse
$N_T$	Drillknicklast für den Drehpunkt
$x_s^*$	$x$ -Koordinate des Drehpunktes im Schwerpunktkoordinatensystem
$y_s^*$	$y$ -Koordinate des Drehpunktes im Schwerpunktkoordinatensystem

Die Lösung gilt auch dann, wenn für die reinen Versagensformen unterschiedliche Wellenzahlen angenommen werden.

Gleichung (4.34) wird mit Hilfe der elastischen Knicklasten des Balkens auf elastischer Bettung, der oben angegeben Drillknicklast und der Querschnittsdaten gelöst. Da die niedrigste kritische Last gesucht wird, wird die Biegeknicklast um die zweite Hauptachse vereinfachend mit dem zehnfachen Wert der Knicklast des gebetteten Balkens angenommen. Damit erhält man die elastische Biegedrillknicklast der Stringer-Haut-Kombination. Unter der Voraussetzung, dass beim Versagen Biegung vorherrscht, kann die plastische Korrektur nach demselben Verfahren wie beim Balken auf elastischer Bettung erfolgen. Aus dem gleichen Grunde wird angenommen, dass sich beim Drillknicken die gleiche Wellenzahl einstellt wie beim Biegeversagen.

#### 4.1.4 Berechnete Versagenslasten von Rumpfabschnitten

Das vorgestellte Berechnungsprogramm ist an Experimenten mit Rumpfabschnitten aus der Serienproduktion von Airbus überprüft worden. Die dabei erzielten Ergebnisse sollen hier nicht im Detail diskutiert werden, dazu sei auf eine Veröffentlichung verwiesen [84]. An dieser Stelle soll nur die gute Übereinstimmung des Berechnungsverfahrens mit den Versuchsergebnissen gezeigt werden.

Es sind zwei verschiedene Rumpfabschnitte untersucht worden. Der erste befindet sich im realen Flugzeug vor dem Flügel und ist durch relativ geringe Stringerquerschnittsflächen gekennzeichnet. Für diesen Abschnitt werden eine reine Biegebelastung und eine Querkraftbiegung untersucht. Die Momente wirken jeweils um die  $y$ -Achse und die Querkraft in negativer  $z$ -Richtung (siehe auch Bild 4.3). Die zweite Schale befindet sich unmittelbar hinter dem Flügel und ist deutlich stärker ausgeführt, da die Leitwerkslasten übertragen werden müssen. Für diese Konfiguration wurde eine reine Biegebelastung um die  $y$ -Achse untersucht.

In Tabelle 4.1 sind die Ergebnisse für die drei nachgerechneten Lastfälle bezogen auf die Versuchslast zusammengestellt. Zusätzlich ist noch der vorhergesagte primäre Versagensort angegeben. Im Vergleich zu den Versuchsergebnissen zeigen sich bei dem hier vorgestellten Verfahren trotz der gemachten Vereinfachungen sehr gute Ergebnisse. In allen Fällen liegt die Abweichung innerhalb von 10%, in zwei Lastfällen sogar unter 5%. Die vorhergesagten Versagensorte stimmen mit denen überein, die im Experiment beobachtet wurden. Dabei muss erwähnt werden, dass im Experiment der primäre Versagensort wegen des plötzlichen Versagens nicht immer exakt identifiziert werden kann. Für die Berechnung eines Rumpfabschnittes zwischen zwei Spanten für eine gegebene Last benötigt das Programm ca. 10 Sekunden. Die Testschalen bestanden aus 8 Spantabschnitten. Dazu benötigt das Rechenprogramm zwischen 2 und 4 Minuten auf einem PC. Dabei werden zwischen 15 und 35 nichtlineare, iterative Berechnungen des ganzen Rumpfteils durchgeführt.

## 4.2 Optimierte Strukturen

Mit der Festlegung eines Berechnungsverfahrens für die Auslegung von Flugzeugrumpfstrukturen können nun massenoptimierte Konfigurationen berechnet werden. Dazu werden die

Position im Rumpf	Belastung	Versagenslast	Versagensort
vor dem Flügel	reine Biegung	96,6%	unterster Bereich der Schale
vor dem Flügel	Querkraftbiegung	92,3%	untere Seitenschale
hinter dem Flügel	reine Biegung	95,2%	unterer Bereich der Schale

Tabelle 4.1: Berechnete Versagenslasten in Prozent der Versuchswerte und Orte des primären Versagens

zwei Hauptauslegungskriterien, die Sicherheit gegen Ermüdung und gegen Stabilitätsversagen zum einen durch Untergrenzen für die Dicken der Stringer und der Haut und zum anderen durch die Berechnung mittels des vorgestellten Berechnungsprogramms berücksichtigt. Die Masse der Rumpfstruktur wird, wie schon erwähnt, durch die Querschnittsfläche bestimmt. Hierbei sind zwei Vereinfachungen enthalten. Als erstes wird die Masse der Spante nicht berücksichtigt. Sie kann als proportional zur Masse der Stringer und Haut angesehen werden. Dies ergibt sich aus der zweiten Vereinfachung. Es wird angenommen, dass Teilschaleninstabilität die vorherrschende Stabilitätsversagensart ist. Dies ist jedoch nur dann der Fall, wenn die Spante eine ausreichende Steifigkeit besitzen, so dass die allgemeine Instabilität bei höheren Lasten als Teilschaleninstabilität auftritt. Dadurch ergibt sich, dass die Spante mit zunehmender Steifigkeit der Stringer-Haut-Kombinationen auch steifer werden müssen. Somit ist Abschätzung der Masse durch die Querschnittsfläche der Stringer und der Haut sinnvoll und zulässig.

Im Bereich der Rumpfauslegung ergeben sich zwei übergeordnete Aufgabenstellungen aus der ingenieurmäßigen Praxis. Erstens gibt es den Fall, dass ein neues Flugzeug ausgelegt werden soll. Im günstigsten Fall kann der Ingenieur mit einem weißen Blatt Papier beginnen. Es liegen dann kaum Vorgaben bezüglich der Stringergeometrien, Stringerverteilung und Hautgeometrien vor. Natürlich sind solche Fälle eher die Ausnahme, da es andere Flugzeuge gibt, die als Maßstab dienen, an denen Erfahrungen gewonnen wurden, die in die Auslegung neuer Flugzeuge eingehen. Der zweite mögliche Fall ist derjenige, dass ein vorhandenes Flugzeug optimiert werden soll. Dann sind eine Reihe Parameter bereits festgelegt und dem Ingenieur stehen weniger Freiheitsgrade zur Verfügung. Solch ein Fall tritt zum Beispiel auf, wenn ein bestehendes Flugzeug verlängert werden soll oder die Reichweite erhöht werden soll. Für beide Fälle soll das in Kapitel 2 bestimmte Optimierungsverfahren exemplarisch angewendet werden. Die untersuchten Fälle sind:

1. Optimierung der Versteifungs- und Hautgeometrie sowie der Stringerzahl
2. Optimierung eines realen Flugzeugrumpfes unter verschiedenen Lastfällen

#### 4.2.1 Optimierung der Versteifungs- und Hautgeometrie eines einfachen Flugzeugrumpfes

Wird davon ausgegangen, dass noch keine Querschnittsverteilung im Rumpf festliegt, ist eine der ersten Aufgaben, den Stringer-Pitch, also den Abstand zwischen den Stringer bzw. die

Stringerzahl, zu bestimmen. Diese hängt von der Geometrie der Stringer und der Dicke der Haut ab. Im realen Flugzeugrumpf variieren die Abstände zwischen den Stringern zwischen ca. 80 mm und 200 mm bei einem Rumpfradius von 2800 mm. Im Bereich von Störungen wie Kiel, Fenster und Türen können Stringer ausgelassen werden, so dass sich auch deutlich höhere Abstände ergeben. Niedrigere Abstände finden sich in der Regel im unteren Bereich des Rumpfes, da dieser im Reiseflug auf Druck beansprucht wird. Bei Manövern kann die verursachende Biegebelastung verstärkt (positives Abfangen) oder abgeschwächt (negatives Abfangen) werden. Die Lasten im oberen Bereich des Rumpfes werden auch bei negativem Abfangen nicht das Niveau erreichen, das im unteren Bereich bei positiven Abfangen erreicht wird. Daher sind im oberen Bereich geringere Versteifungen und damit größere Abstände möglich.

Im Folgenden soll der Stringerabstand, die Stringergeometrie und die Hautdicke im unteren Bereich eines Flugzeugrumpfes optimiert werden. Wie in der theoretischen Behandlung erwähnt, erfordert das Berechnungsverfahren einen geschlossen Rumpf. Daher wird die Rumpfschale als homogene Schale modelliert. Als Optimierungsvariablen werden gewählt:

- Anzahl der Stringer
- Dicke des Stringers
- Höhe des Stringers
- Radius des Stringerbogens
- Dicke der Haut

Alle Stringer auf dem Umfang sind gleich und die Hautdicke gilt für den ganze Rumpf. Die Struktur wird nur durch eine reine Drucklast belastet. Damit kann der gewünschte Optimierungsfall untersucht werden, nämlich die Konfiguration des Rumpfes im untersten Bereich. Dieser wird sowohl bei Querkraft- als auch bei reiner Biegung um die Querachse (siehe Abb 4.3) auf Druck und kaum auf Schub belastet. Die Lasten bei Querkraftbiegung um die Hochachse und bei Torsion sind in der Regel deutlich geringer, so dass der hier simulierte Biegelastfall meist der kritische ist.

In Abbildung 4.5 ist eine Stringergeometrie, wie sie in der Optimierung verwendet wird, gezeigt. Die Optimierungsvariablen sind gekennzeichnet. Die Fußbreite wird hier nicht optimiert, da sie kaum einen Einfluss auf die hier berechnete Versagenslast einer Stringer-Haut-Kombination hat. In der realen Auslegung hat die Fußbreite einen erheblichen Einfluss auf die Forced-Crippling-Last [72]. Diese wird vom Berechnungsprogramm derzeit nicht bestimmt. Somit würde in der Optimierung die Fußbreite sehr klein gewählt, was zu unrealistischen Ergebnissen führen würde. Der Bogen des Stringers kann bei real verwendeten Profilen weniger als 180° Umfangswinkel haben. Dies drückt sich in einer Bogenhöhe aus, die geringer als der Bogenradius ist. Für den hier untersuchten Fall wurde jedoch auf diese Optimierungsvariable verzichtet.

Die Zahl der Stringer stellt in zweifacher Hinsicht ein Problem für die Berechnungen dar. Zum einen ist sie eine ganzzahlige Variable, die vor allem beim Sensitivitätsalgorithmus aber auch bei der Mutation besonders behandelt werden muss. Außerdem ergeben sich bei geraden und ungeraden Stringerzahlen unterschiedliche Rumpfgeometrien. Das Rumpfmodell wird, wie Abbildung 4.6 dargestellt, ähnlich den Airbusrumpfen aufgebaut. Dabei befindet

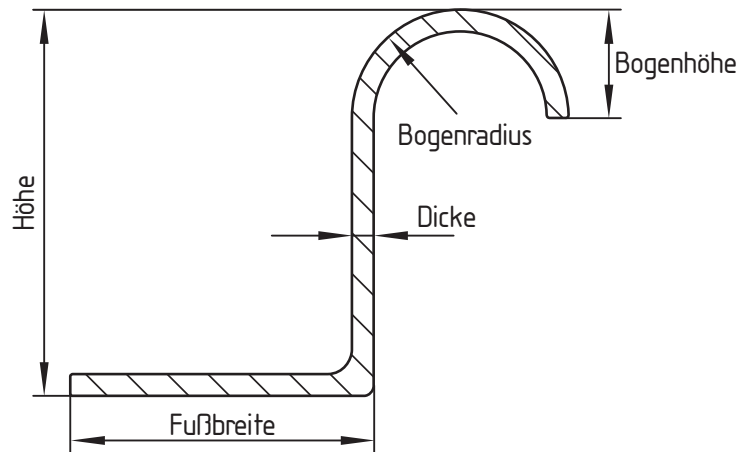


Abbildung 4.5: Geometriedefinition des optimierten Stringers

sich in der Rumpfmittle oben kein Stringer und in der Rumpfmittle unten nur dann einer, wenn eine ungerade Anzahl von Stringern gewählt wird. Dies entspricht nicht dem Vorgehen in der Praxis, da am untersten Punkt des Rumpfes immer dann ein Stringer sein wird (ungerade Anzahl an Stringern), wenn er wegen der hohen Belastungen erforderlich ist. Sind die Belastungen geringer, wird er in der Regel weggelassen, um Versorgungs- und andere Leitungen besser verlegen zu können.

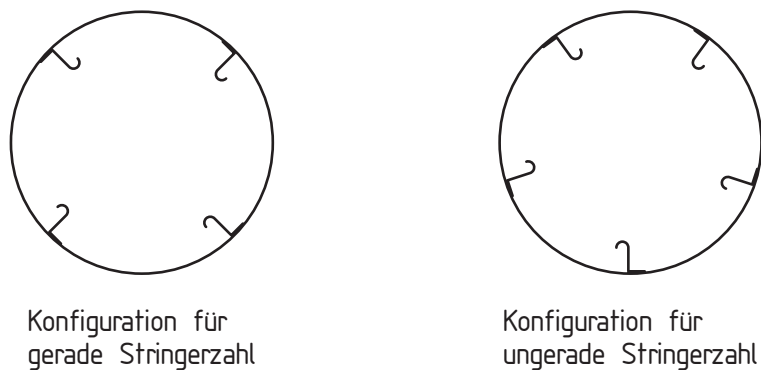


Abbildung 4.6: Verteilung für gerade und ungerade Anzahl an Stringern

Die Festlegung einer Referenzkonfiguration ist für diesen Optimierungsfall schwieriger, da keine Lastdaten realer Flugzeuge zur Verfügung stehen. Daher wurde ein typischer Stringer aus dem Flugzeugbau mit einer typischen Hautdicke und einer typischen Stringerzahl sowie typische Materialien (Daten siehe [75]) gewählt. Anschließend wurde die Drucklast so eingestellt, dass sich ein Reservefaktor von 1,0 ergibt. Dies entspricht in etwa dem Vorgehen eines Ingenieurs, der Erfahrungen aus früheren Projekten nutzt, um zu einer ersten Auslegung zu gelangen. Gleichzeitig stellt diese Konfiguration einen anspruchsvollen Test für den Optimierungsalgorithmus dar, da ein lokales Optimum als Vergleichswert dient. In Tabelle 4.2 sind die Daten der Referenzkonfiguration dargestellt.

Parameter	Wert
Stringerzahl	106
Stringerdicke	2,0 mm
Stringerhöhe	28,0 mm
Stringerbogenradius	8,0 mm
Stringerfußbreite (nicht optimiert)	32 mm
Stringermaterial (nicht optimiert)	Al 2024T42
Hautdicke	2,0 mm
Hautmaterial (nicht optimiert)	Al 2024T3 clad
Querschnittsfläche (Masse)	51229,3 mm
Reservefaktor gegen gegen Stabilitätsversagen	1,001

Tabelle 4.2: Daten der Referenzkonfiguration

#### 4.2.1.1 Sensitivitätsanalyse

Ausgehend von der Referenzkonfiguration wurde eine Sensitivitätsanalyse der Rumpfkongfiguration durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.3 dargestellt. Die Parameter wurden um 1% gegenüber der Referenzkonfiguration geändert. Eine Ausnahme ist die Stringerzahl, die als ganzzahlige Variable um den Wert 1 variiert wurde.

Variable	Massensensitivität $S_m$	Stabilitäts-sensitivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
Stringerzahl	0,002908	0,010279	3,535191
Hautdicke	0,007763	0,011876	1,529837
Stringerdicke	0,002396	0,004327	1,805977
Stringerhöhe	0,001159	0,006981	6,025078
Stringerbogenradius	0,000709	0,001117	1,575618

Tabelle 4.3: Sensitivitäten der Optimierungsvariablen des einfachen Flugzeugrumpfes

Die Hautdicke hat den größten Einfluss auf die Masse, da sie ca. 70% der Querschnittsfläche ausmacht. Die Stringerzahl und die Stringerdicke haben eine ähnliche, jedoch deutlich geringere Sensitivität. Stringerhöhe und der Bogenradius haben die geringsten Einflüsse, da sie nur Teile des Stringers betreffen. Bei der Sensitivität für die Stabilitätsversagenslast haben Hautdicke und Stringerzahl vergleichbare Einflüsse. Dies ist auf den eigentlichen Zweck der Stringer zurückzuführen, nämlich die Stabilitätsversagenslast zu erhöhen. Bei der Stringerzahl ergibt sich bei einer Erhöhung zum einen eine größere Querschnittsfläche, die zu einer höheren Tragfähigkeit führt, zum anderen werden die Hautfelder schmaler und haben dann eine höhere Beullast (vgl. Gleichung 4.1). Die mittragende Breite bei Versagen einer Stringer-Haut-Kombination steigt und damit auch die Versagenslast. Die Stringerhöhe hat hier eine höhere Sensitivität als die Stringerdicke, da sie wesentlich das Flächenträgheitsmoment und

damit die Versagenslast bestimmt. Der Stringerbogenradius hat wiederum den geringsten Einfluss, obwohl seine Fläche ebenfalls stark in das Flächenträgheitsmoment eingeht.

Die Haut hat das geringste Kostenverhältnis. Der Stringerbogenradius hat fast den gleichen Wert. Daher sind diese Variablen besonders geeignet, um möglichst viel Masse bei geringem Verlust an Versagenssicherheit zu erzielen. Bei der Haut ist dies auf den sehr großen Massenanteil und, relativ gesehen, den geringeren Einfluss auf die Stabilitätsversagenslast zurückzuführen. Der Stringerbogenradius hat dieses günstige Kostenverhältnis durch seinen insgesamt geringen Einfluss. Die Stringerdicke ist ähnlich gut geeignet, während die Stringerzahl und vor allem die Stringerhöhe besonders dafür geeignet sind, einen möglichst hohen Gewinn an Sicherheit mit möglichst geringem Massenaufwand zu erzielen.

#### 4.2.1.2 Optimierungsergebnisse

Bei der Optimierung dieser Rumpfstruktur sind die zuvor genannten Variablen verwendet worden. Die Stringerzahl ist trotz der Tatsache, dass sie eine ganzzahlige Variable ist, im Sensitivitätsalgorithmus mit berücksichtigt worden, da ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Richtung der Veränderung der Variable und Einfluss auf die Zielfunktion und Nebenbedingung vorhanden ist. Wie für die MDPS-Optimierung ist der Sensitivitätsalgorithmus von der Referenzkonfiguration gestartet worden und für den kombinierten Algorithmus sind 5 Läufe durchgeführt worden. Die Ober- und Untergrenzen der Variablen sind in Tabelle 4.4 dargestellt. Sie sollen den Optimierer möglichst nicht einschränken und die Einhaltung der Ermüdungsfestigkeit durch geeignete Untergrenzen sichern.

Variable	Untergrenze	Obergrenze
Stringerzahl	100	200
Hautdicke	1,6 mm	4,0 mm
Stringerdicke	1,4 mm	2,4 mm
Stringerhöhe	20,0 mm	40,0 mm
Stringerbogenradius	6,0 mm	12,0 mm

Tabelle 4.4: Unter- und Obergrenzen für die Optimierungsvariablen

Der Sensitivitätsalgorithmus alleine ist nicht in der Lage eine deutliche Verbesserung zu finden. In Tabelle 4.5 sind die Ergebnisse dargestellt. Von der Sensitivitätsanalyse war zu erwarten, dass die Stringerzahl erhöht sowie Stringerdicke und Stringerbogenradius verringert werden. Die Hautdicke mit dem sehr großen Einfluss auf die Masse wird jedoch nicht verringert, obwohl sie ein günstiges Kostenverhältnis hat. Auch die Stringerhöhe bleibt unverändert, trotz des hohen Kostenverhältnisses. Insgesamt zeigt diese Optimierung, dass das lokale Optimum der Referenzkonfiguration zumindest in der näheren Umgebung des Suchraumes einen sehr guten Wert ist, der nur schwer zu verbessern ist. Die Wahl der Referenzkonfiguration ist an den Aufbau des unteren Rumpfbereichs von modernen Wide-Body-Flugzeug angelehnt. Die Ergebnisse hier bestätigen, dass es sich dabei um nahezu optimale Konfigurationen handelt. Dies gilt besonders dann, wenn berücksichtigt wird, dass eine Stringerdicke von 1,975 mm fertigungstechnisch nicht sinnvoll ist.

Bei der Optimierung mit dem kombinierten Algorithmus wurden jeweils 100 Generationen und 20 Individuen als Optimierungsparameter verwendet. Diese für genetische Algorithmen

Variable	Wert
Stringerzahl	108
Hautdicke	2,0 mm
Stringerdicke	1,975 mm
Stringerhöhe	28,0 mm
Stringerbogenradius	7,06 mm
Querschnittsfläche (Masse)	50942,6 mm <sup>2</sup>
Einsparung	0,6%

Tabelle 4.5: Ergebnis der Optimierung ausschließlich mit dem Sensitivitätsalgorithmus

relativ geringen Werte erlauben keine Feinabstimmung, die jedoch von dem Sensitivitätsalgorithmus vorgenommen wird. Die beste gefundene Konfiguration ist Tabelle 4.6 zu entnehmen. Sie zeigen deutlich stärkere Veränderungen gegenüber der Referenzkonfiguration. Insbesondere werden alle Tendenzen der Sensitivitätsanalyse wiedergegeben. Die Hautdicke wird nur geringfügig in die zu erwartende Richtung geändert.

Variable	Wert
Stringerzahl	111
Hautdicke	1,94 mm
Stringerdicke	1,73 mm
Stringerhöhe	31,22 mm
Stringerbogenradius	6,0 mm
Querschnittsfläche (Masse)	48833,8 mm <sup>2</sup>
Einsparung	4,7%

Tabelle 4.6: Ergebnis der Optimierung mit dem kombinierten Algorithmus

Die vergleichsweise geringen Einsparungen, die durch den Einsatz der Optimierung erzielt werden konnten, deuten zum einen auf die Güte der Referenzkonfiguration hin. Andererseits muss beachtet werden, dass dem Optimierer nur fünf Variablen zur Verfügung stehen, davon eine ganzzahlige Variable. Die Freiheiten für die Optimierung sind dadurch relativ gering. Darüber hinaus muss beachtet werden, dass eine Einsparung von wenigen Prozent Masse im modernen Flugzeugbau oft nur durch den Einsatz neuer Materialien wie CFK oder Glare erreicht wird. Daher sind die Ergebnisse des kombinierten Algorithmus durchaus zufriedenstellend. Die Ergebnisse sind wieder eine Rechtfertigung für den Einsatz des rechenintensiven genetischen Algorithmus zur Vorooptimierung, da nur so eine nennenswerte Einsparung erzielt werden kann.

#### 4.2.2 Optimierung der Versteifungs- und Hautgeometrie eines realen Flugzeugrumpfes

Die strukturelle Auslegung von Verkehrsflugzeugen erfolgt unter Anwendung der Erkenntnisse des Leichtbaus und zielt auf einen möglichst geringen Massenaufwand bei gleichzeitiger Einhaltung der Anforderungen bezüglich Steifigkeit und Festigkeit. Dies beinhaltet an sich schon ein Optimierungsproblem. Neben dieser fachlich anspruchsvollen Aufgabe muss der



Ingenieur der Verantwortung gegenüber den Passagieren gerecht werden und eine konservative Auslegung sicherstellen. Um diese gegenläufigen Interessen zu bedienen, befasst sich ein großer Teil der Forschungsaktivitäten im Bereich Leichtbau mit der Verbesserung der Berechnungsverfahren. In der Praxis führt diese Problematik dazu, dass für Flugzeugstrukturen konsequent Leichtbau betrieben wird. Durch die Anwendung erprobter konservativer Verfahren verbleibt jedoch eine gewisse Reserve in der Struktur, die nicht zur Massenreduktion genutzt werden kann.

Da Flugzeuge in der Regel über viele Jahre gebaut werden, die Boeing 747 hatte ihren Erstflug in den frühen siebziger Jahren des letzten Jahrhunderts, besteht im Laufe eines Flugzeuglebens die Möglichkeit, das zunächst ungenutzte Leichtbaupotential später bei der Auslegung neuer Varianten auszuschöpfen. Dazu sind verbesserte Berechnungsverfahren nötig, die dennoch eine konservative Auslegung sicherstellen. In solch einem Fall ist die Anwendung geeigneter Optimierungsverfahren sehr sinnvoll, da so eine möglichst effektive Nutzung der strukturellen Reserven erreicht werden kann. Genaue Angaben zu den strukturellen Reserven sind in der Literatur in der Regel nicht zu finden, so dass an dieser Stelle mit angenommenen Werten gearbeitet werden muss, die jedoch durch Erfahrungen am Institut für Leichtbau gestützt sind [84, 85].

Im Folgenden wird ein Rumpfquerschnitt optimiert, der sich vor dem Flügel befindet wie es in Abbildung 4.7 dargestellt ist. Dieser Bereich zeichnet sich durch einen gleichmäßigen Aufbau aus und ist geringeren Belastungen ausgesetzt als die Rumpfabschnitte hinter dem Flügel. Die Belastungen resultieren vor allem aus den Trägheiten bei Manövern, dem Landestoß beim Aufsetzen des Bugfahrwerks (negative Querkraftbiegung) und dem Bremslastfall (positive Biegung). Die gewählte Querschnittsverteilung ist den realen Gegebenheiten angelehnt.

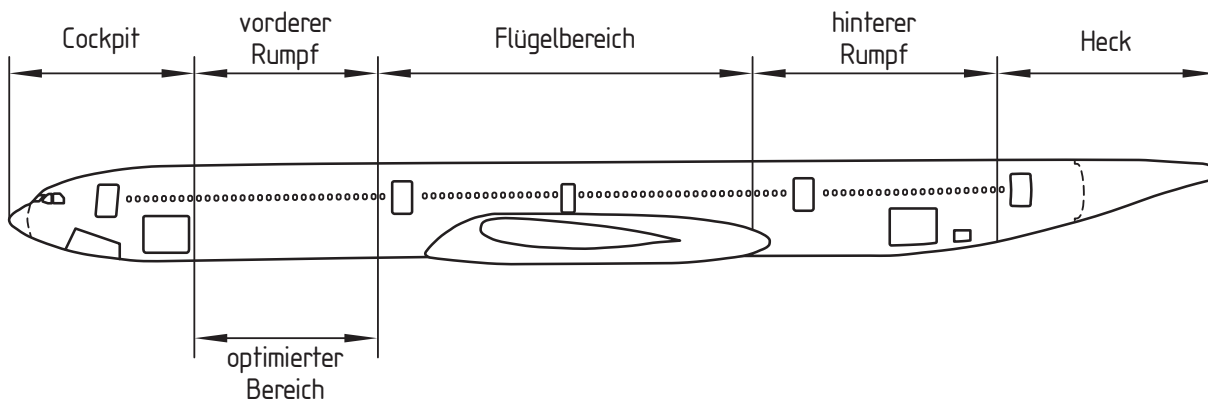


Abbildung 4.7: Verkehrsflugzeug mit verschiedenen Rumpfbereichen

In Abbildung 4.8 ist die Verteilung der Stringer und in Abbildung 4.9 die Verteilung der Hautdicken schematisch dargestellt. Es sind sieben verschiedene Stringertypen vorhanden, die sich auf insgesamt 106 Stringer verteilen. Die Daten der Stringer sind in Tabelle 4.7 aufgeführt. Man erkennt deutlich die Komplexität der Rumpfstruktur. Sie ist nicht symmetrisch bezüglich der Hochachse und gerade im Bereich des Passagierbodens sind nur wenige Stringer gleichen Typs nebeneinander zu finden. Der Bereich der Fenster und des Bodenanschlusses ist mit besonderen Stringern und Hautgeometrien idealisiert. Diese sind auf Grund der Störungen notwendig. Da das Rechenprogramm die lokalen Spannungsumlagerungen nicht abbilden kann, wird auf eine Optimierung dieser Bereiche verzichtet. Für die

Optimierungen wird ein Spantabschnitt der Länge  $530\text{ mm}$  untersucht. Es steht repräsentativ für den vorderen Rumpfbereich. Der Rumpf hat einen Radius von  $2800\text{ mm}$ , entspricht also einem typischen Wide-Body-Flugzeug.

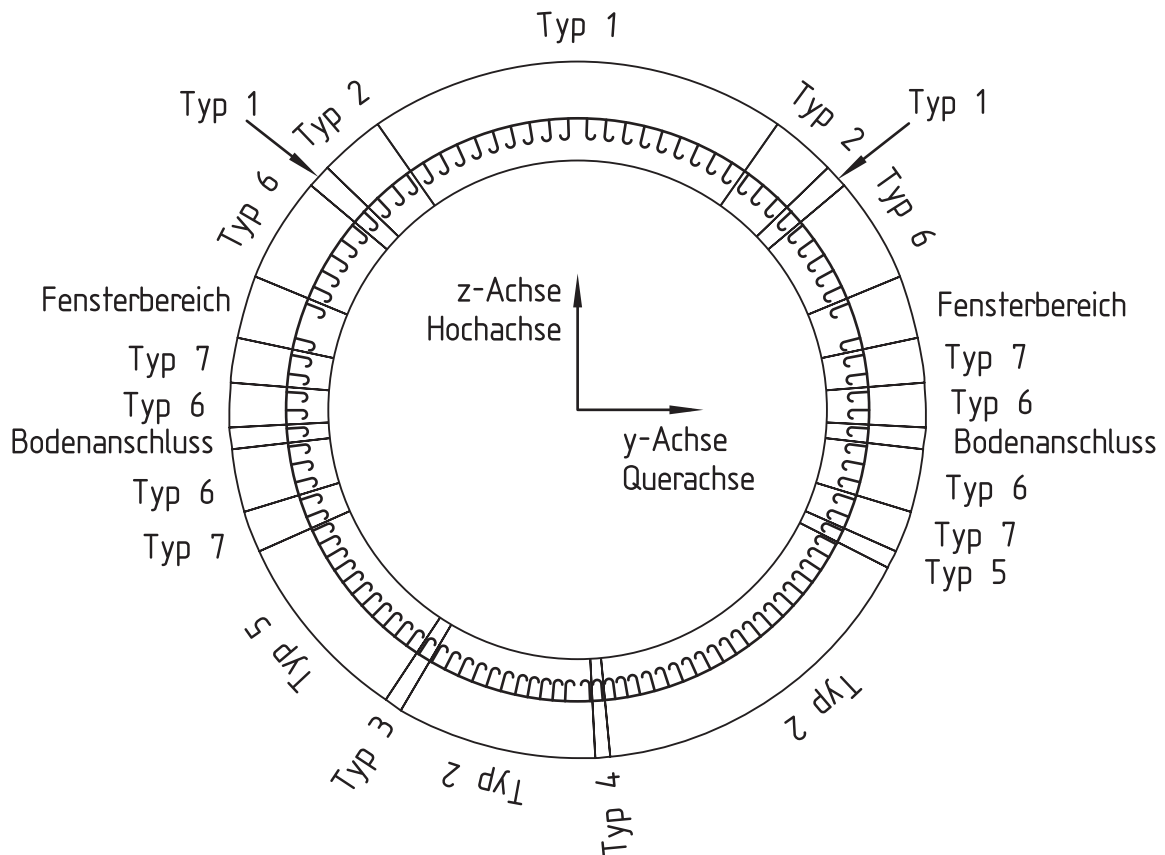


Abbildung 4.8: Verteilung der Stringertypen im Rumpfquerschnitt

Die Haut zeigt eine deutlich gleichmäßigere Verteilung. Sie hat fast überall eine Dicke von  $1,6\text{ mm}$ . Im Bereich der Fenster sind Abweichungen zu erkennen. Die  $1,9\text{ mm}$  starken Bereiche in der unteren Rumpfhälfte stellen Stöße dar, wo verschiedene vorgefertigte Rumpfsegmente zusammengefügt werden. Das unterste Hautfeld ist mit  $2,4\text{ mm}$  am dicksten, da hier ein Stringer fehlt. Da die Haut in fast allen Bereichen die Untergrenze für die Ermüdungsfestigkeit hat (siehe auch S. 96), wird in den Optimierungsrechnungen darauf verzichtet die Hautdicke zu optimieren. Durch die Skalierung in den Bildern 4.8 und 4.9 sind die stark variierenden Hautfeldbreiten nicht zu erkennen. In den ungestörten Bereichen, also ohne Fenster und unterstes Feld, ändern sie sich zwischen  $120\text{ mm}$  und  $200\text{ mm}$ .

Die damit definierte Geometrie wurde mit drei verschiedenen Lastfällen beaufschlagt. Zum einen eine positive reine Biegemomentenbelastung um die  $y$ -Achse (vgl. Abb. 4.3), wie sie beim Bremsen auftreten kann. Bei einem Biegemoment von  $8,0\text{ MNm}$  ergibt sich ein minimaler Reservefaktor von  $1,187$  am untersten Stringer. Der zweite Lastfall ist eine Querkraftbiegung um die  $y$ -Achse, beispielweise für Manöverbelastungen. Das Moment wirkt dabei positiv und die Querkraft in negativer  $z$ -Richtung. Bei einer Querkraft von  $1,1\text{ MN}$  und einem Moment von  $0,7\text{ MNm}$  ist der minimale Reservefaktor von  $1,219$  für den untersten Stringer vom Typ 6 in der linken Rumpfhälfte. Als letzter Lastfall wird eine reine Biegung um die negative  $y$ -Achse berechnet. Mit einem Moment von  $0,64\text{ MNm}$  haben die obersten

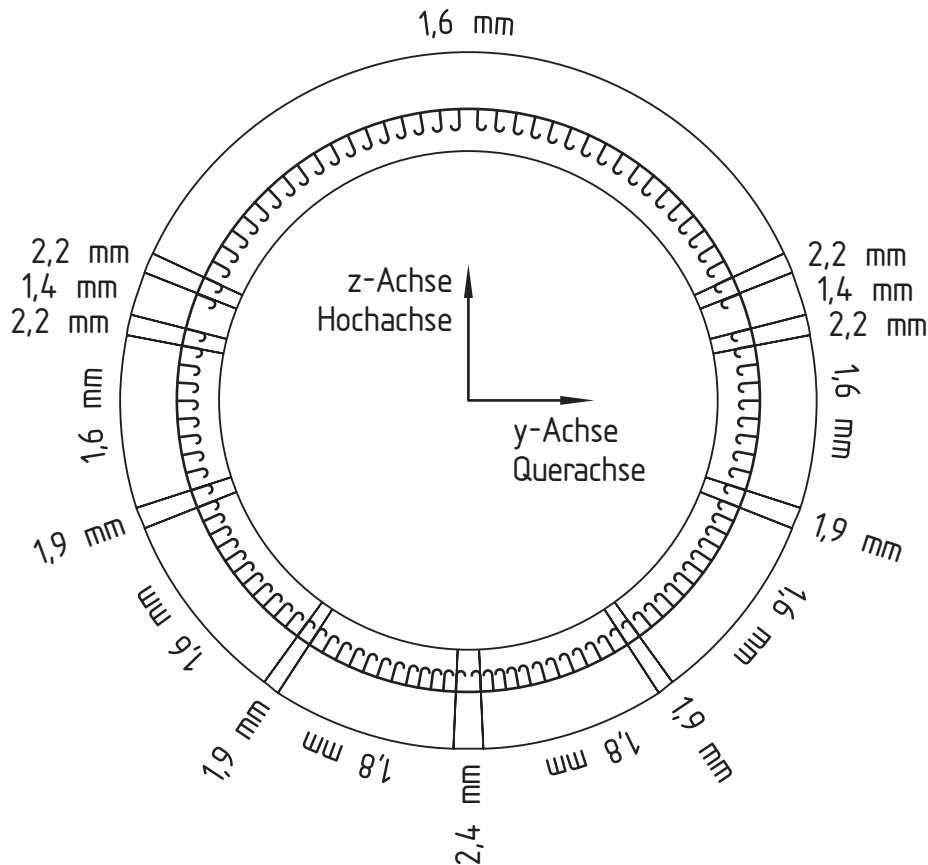


Abbildung 4.9: Verteilung der Hautdicken im Rumpfquerschnitt

Stringertyp	Dicke	Höhe	Fußbreite	Bogenradius	Bogenhöhe	Material
1	1,8 mm	28 mm	23 mm	8,0 mm	8,0 mm	Al 7075T73
2	1,6 mm	28 mm	22 mm	8,0 mm	8,0 mm	Al 7075T73
3	1,8 mm	28 mm	23 mm	8,0 mm	8,0 mm	Al 2024T42
4	2,0 mm	28 mm	24 mm	8,0 mm	8,0 mm	Al 7075T73
5	1,6 mm	30 mm	22 mm	8,0 mm	5,0 mm	Al 2024T42
6	1,4 mm	30 mm	22 mm	8,0 mm	5,0 mm	Al 2024T42
7	1,6 mm	28 mm	22 mm	8,0 mm	5,0 mm	Al 2024T42

Tabelle 4.7: Definition der verschiedenen Stringertypen

vier Stringer die kleinste Reserve von 1,24. Insgesamt hat der Rumpf damit für die Lastfälle einen Reservefaktor von 1,187, Lastfall 1 ist der kritische mit dem untersten Stringer als schwächstem Bauteil.

In dieser Konfiguration hat der Rumpf einen Querschnitt von  $42641,2 \text{ mm}^2$ . Die Haut hat eine Fläche von  $27715 \text{ mm}^2$ , dies entspricht 65%. Da die Hautdicken nicht optimiert werden, stehen dem Optimierer also nur 35% der Querschnittsfläche zur Optimierung zur Verfügung.

#### 4.2.2.1 Sensitivitätsanalyse

Für die Sensitivitätsanalyse sind die in Tabelle 4.7 aufgeführten Stringerdaten um 1% variiert worden. Ausgenommen hiervon sind die Materialien, die Fußbreite und die Stringerbogenhöhen der Typen 1-4. Die Materialien sind ganzzahlige Variablen, bei denen nicht eindeutig gesagt werden kann, ob ein benachbartes Material eine Verbesserung der Stabilitätsversagenslast bewirkt. Darüber hinaus hat das Material keinen Einfluss auf die Masse, da die Dichte nicht in Bestimmung der Zielfunktion (Masse) eingeht. Die Fußbreite wird nicht optimiert, da das „Forced Crippling“ nicht vom Berechnungsprogramm berücksichtigt wird (siehe auch vorangegangenes Optimierungsbeispiel). Die Stringertypen 1 bis 4 haben einen 180° Bogen. Damit entfällt die Stringerbogenhöhe als eigene Variable für diese Typen. Insgesamt ergeben sich damit 24 Variablen, die in der Sensitivitätsanalyse untersucht worden sind.

Die Ergebnisse dieser Untersuchungen sind in Tabelle 4.8 dargestellt. Bei denen Massensensitivitäten entsprechen die Verhältnisse zwischen den verschiedenen Stringertypen ihrer Häufigkeit im Querschnitt und, in geringerem Maße, den Verhältnissen ihrer Querschnittsflächen. Die verschiedenen Geometriegrößen eines Stringertyps verhalten sich zueinander wie es bereits in Kapitel 4.2.1.1 diskutiert wurde.

Die Sensitivitäten bezüglich des Stabilitätsversagens verhalten sich anders als die Massensensitivitäten. Hierbei ist zunächst zu beachten, dass die minimale Reserve der Struktur sich als kleinster der kritischen Reservefaktoren der drei Lastfälle ergibt. Für die Ausgangskonfiguration ist der Reservefaktor also 1,187. Dies ist der Wert des kritischen Stringers des ersten Lastfalls. Dementsprechend zeigen sich die größten Sensitivitäten für den Stringertyp 2. Die nächstniedrigeren Werte ergeben sich für die Stringertypen 1 und 5. Der Typ 1 ist relativ häufig im oberen Bereich des Rumpfes vorhanden, so dass seine Änderung starken Einfluss auf die Spannungsverteilung im Rumpf hat. Dies gilt besonders für die Biegebelastung, da dieser Typ in der Außenfaser der Zugzone vorkommt. Stringertyp 5 ist im linken, unteren Seitenbereich stark vertreten, so dass sich seine Änderung auch recht stark auswirkt. Die Typen 6 und 7 haben kaum einen Einfluss, da sie für den kritischen Lastfall nahezu auf der neutralen Faser liegen und auch nicht durch eine Querkraft auf Schub beansprucht werden. Die Typen 3 und 4 kommen jeweils nur einmal im Querschnitt vor, haben aber höhere Stabilitätssensitivitäten als die Typen 6 und 7, da sie näher am kritischen Bereich liegen. Zu den Verhältnissen der verschiedenen Geometriegrößen eines Typs wird auf die Diskussion in Kapitel 4.2.1.1 verwiesen.

Die Kostenverhältnisse ergeben sich direkt aus den vorangegangenen Diskussionen. Die geringsten Werte ergeben sich für die Typen 6, 7 und 1, da sie in der Ausgangskonfiguration nicht kritisch sind. Damit eignen sie sich am besten für Reduktion der Masse ohne große Reduktion der Stabilitätsversagenslast. Die anderen Typen haben deutlich größere Kostenverhältnisse und eignen sich daher eher für die Erhöhung der Versagenslast bei geringem Massenzuwachs. Durch die vorhandenen Überreserven ist diese Option jedoch nicht nötig. An dieser Stelle muss darauf hingewiesen werden, dass diese Aussagen nur für die Ausgangskonfiguration gelten. Werden zunächst die Stringertypen mit den geringsten Kostenverhältnissen reduziert, wird irgendwann der zweite Lastfall kritisch. Dann dürften die Stringertypen 6 und 7 die höchsten Kostenverhältnisse haben und es ergeben sich andere Schlussfolgerungen welche Variablen geändert werden sollen. Der Sensitivitätsalgorithmus dieser Arbeit berücksichtigt solche Änderungen, indem für jede neue Konfiguration eine erneute Sensitivitätsanalyse durchgeführt wird.

Stringertyp	Massensensitivität $S_m$	Stabilitätssensitivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
Stringerdicke			
1	0,000497	0,000350	0,703696
2	0,000841	0,003365	4,004060
3	0,000025	0,000058	2,332895
4	0,000028	0,000087	3,157051
5	0,000263	0,000381	1,445548
6	0,000390	0,000036	0,092091
7	0,000170	0,000044	0,261546
Stringerhöhe			
1	0,000236	0,000166	0,703306
2	0,000399	0,005226	13,089489
3	0,000012	0,000028	2,332831
4	0,000013	0,000041	3,157340
5	0,000135	0,000195	1,445199
6	0,000197	0,000018	0,092116
7	0,000084	0,000022	0,261602
Stringerbogenradius			
1	0,000145	0,000102	0,703159
2	0,000244	0,000718	2,937412
3	0,000007	0,000017	2,333186
4	0,000008	0,000025	3,157664
5	0,000041	0,000060	1,445142
6	0,000060	0,000006	0,092146
7	0,000028	0,000007	0,261599
Stringerbogenhöhe			
5	0,000022	0,000032	1,444917
6	0,000032	0,000003	0,092152
7	0,000015	0,000004	0,261540

Tabelle 4.8: Sensitivitäten der Geometrie Größen der Stringer

#### 4.2.2.2 Optimierungsergebnisse

Die Optimierung erfolgt unter Verwendung der bereits in der Sensitivitätsanalyse berücksichtigten Variablen. Zusätzlich ist das Material der Stringer als ganzzahlige Optimierungsvariable berücksichtigt worden. Damit ergeben sich insgesamt 31 Variablen für die Optimierungsaufgabe. In Tabelle 4.9 sind die Ober- und Untergrenzen für die Geometrievariablen angegeben. Sie gelten für alle sieben Stringertypen mit Ausnahme der Stringerbogenhöhe, die nur für die Typen 5 bis 7 eine freie Variable darstellt. Hier ergibt sich gleichzeitig ein Problem durch die Beschreibung des Umfangwinkels des Bogens durch dessen Höhe. Wenn der Bogenradius 6 mm wäre und die Höhe 12 mm, ist der Bogen ein Viertelkreis. Solch ein Stringer wird in der Luftfahrt nicht benutzt. Um dieses Problem zu lösen wäre es nötig, die Obergrenze für die Bogenhöhe auf den aktuellen Wert des Radius zu setzen. Da in dieser Arbeit die Eignung der Methodik gezeigt werden soll, ist darauf verzichtet worden, dynamische Variablengrenzen zu implementieren. Außerdem zeigen die Rechnungen, dass kein

solcher Stringer bestimmt wird.

Variable	Untergrenze	Obergrenze
Stringerdicke	1,4 mm	3,0 mm
Stringerhöhe	20,0 mm	40,0 mm
Stringerbogenradius	6,0 mm	12,0 mm
Stringerbogenhöhe	4,0 mm	12,0 mm

Tabelle 4.9: Unter- und Obergrenzen für die Optimierungsvariablen

Die Stringer sind entweder aus umgeformten Aluminiumblechen (Typen 1, 2, 4) oder aus Strangpressprofilen (Typen 3, 5, 6, 7) gefertigt. Daher wird auch die Materialauswahl für den Optimierer in zwei Gruppen aufgeteilt. Tabelle 4.10 gibt diese beiden Materialgruppen mit ihren jeweiligen möglichen Werkstoffen und den zugeordneten Stringertypen an. Mit diesen Optimierungsvariablen wird das Optimierungsverfahren auch an Variablen geprüft, die nicht nur ganzzahlig, sondern auch nur einige wenige Werte annehmen können, die nicht direkt korreliert sind. Diese Problematik ist mit Gleichung (2.5) bei der Formulierung des allgemeinen Optimumproblems erfasst. Solche Variablen stellen größere Anforderungen an den Optimierungsalgorithmus als ganzzahlige Variablen. Daher kann auch das zu erwartende Ergebnis für die Materialien nicht abgeschätzt werden. Die Materialien haben unterschiedliche E-Module, Fließgrenzen und Verläufe im plastischen Bereich. Eine hohe Fließgrenze scheint zunächst ein sinnvolles Auswahlkriterium zu sein. Versagt die Struktur jedoch im elastischen oder leicht plastifizierten Bereich, so kann auch der Unterschied der elastischen E-Module entscheidend sein.

Materialtyp	Stringertypen	mögliche Materialien
Blechprofile	3, 5, 6, 7	Al 2024T3 (3.1364) Al 2024T42 (3.1364) Al 7475T761 (3.4377)
Strangpressprofile	1, 2, 4	Al 2024T42 (3.1354) Al 2024T351 (3.1354) Al 7075T73 (3.4364) Al 7075T79 (3.4364)

Tabelle 4.10: Mögliche Materialien für die verschiedenen Stringertypen [86]

Die Optimierungen sind wie in den vorangegangenen Beispielen vorgenommen worden. Von der Ausgangskonfiguration ausgehend liefert der Sensitivitätsalgorithmus alleine die in der zweiten Spalte von Tabelle 4.11 dargestellten Ergebnisse. Die Materialien sind hier nicht optimiert worden, da sich keine sinnvollen Sensitivitäten ergeben. Die Ergebnisse des kombinierten Algorithmus sind in der dritten Spalte der Tabelle 4.11 aufgeführt. Sie wurden wieder mit 5 Durchläufen bestimmt, wobei eine Populationsgröße von 20 Individuen und 100 Generationen verwendet wurden. Da beide Ergebnisse ähnlich sind, werden sie gemeinsam diskutiert. Auf die Unterschiede wird gesondert eingegangen.

Für beide Optimierungen fällt auf, dass fast alle Geometriegrößen die untere Grenze erreichen. Einzig die Stringerhöhe variiert in beiden Spalten für einige Stringertypen. Die Tatsache, dass die Struktur in der Ausgangskonfiguration einen Reservefaktor von 1,18 hat,

Stringertyp	Wert der Variablen	
	nur Sensitivitätsalgorithmus	kombinierter Algorithmus
Stringerdicke		
1	1,45 mm	1,40 mm
2	1,50 mm	1,40 mm
3	1,40 mm	1,40 mm
4	1,40 mm	1,40 mm
5	1,40 mm	1,40 mm
6	1,40 mm	1,40 mm
7	1,40 mm	1,40 mm
Stringerhöhe		
1	22,50 mm	22,52 mm
2	27,00 mm	24,04 mm
3	20,50 mm	20,00 mm
4	21,00 mm	23,75 mm
5	20,00 mm	20,00 mm
6	20,00 mm	20,00 mm
7	20,00 mm	20,00 mm
Stringerbogenradius		
1	6,00 mm	6,00 mm
2	6,70 mm	6,00 mm
3	6,00 mm	6,00 mm
4	6,00 mm	6,00 mm
5	6,00 mm	6,00 mm
6	6,00 mm	6,00 mm
7	6,00 mm	6,00 mm
Stringerbogenhöhe		
5	4,00 mm	4,00 mm
6	4,00 mm	4,00 mm
7	4,00 mm	4,00 mm
Material		
1	nicht optimiert, siehe Tabelle 4.7 für Zuordnungen	Al 2024T42
2		Al 2024T351
3		Al 2024T3
4		Al 7075T79
5		Al 2024T3
6		Al 2024T42
7		Al 2024T3
Querschnittsfläche	40452,4 mm <sup>2</sup>	39955,9 mm <sup>2</sup>
Reduktion	5,1%	6,3%

Tabelle 4.11: Optimierte Stringergeometrien

führt dazu, dass die Geometrien verkleinert werden können. Abweichungen von den Minimalwerten gibt es beim Sensitivitätsalgorithmus für die Stringertypen 1, 2 und 4. Diese sind vor allem in den Außenfasern der beiden Biegebelastfälle anzutreffen, sprich oben und unten im Querschnitt. Sie haben daher großen Einfluss auf das Versagen in diesen Lastfällen und können dementsprechend nicht immer auf das Minimum reduziert werden. Die Abweichungen vom Minimalwert sind für die Stringerdicke und den Stringerbogenradius klein (für den kombinierten Algorithmus sogar Null). Für die Stringerhöhe ergeben sich deutlichere Abweichungen. Diese sind ebenfalls auf den starken Einfluss der Stringerhöhe auf die Versagenslast zurückzuführen (vgl. Diskussion in Kapitel 4.2.1.1). Insgesamt erreicht der kombinierte Algorithmus stärkere Reduktionen der Variablen als der Sensitivitätsalgorithmus alleine. Dies zeigt sich auch in einer höheren Reduktion der Querschnittsfläche. Auch wenn es absolut nur 1,2% sind, so bedeutet das einen Unterschied von fast 25% zwischen den beiden Optimierungsergebnissen. Die einzige Ausnahme bildet hier die Stringerhöhe von Typ 4, die beim kombinierten Algorithmus fast den gleichen Wert wie Typ 2 hat. Der Sensitivitätsalgorithmus ermittelt einen größeren Unterschied. Der gleiche Wert ist plausibel, wenn die Lage des einzigen Stringers vom Typ 4 beachtet wird. Er befindet sich im untersten Bereich und ist von Stringer des Typs 2 umgeben (siehe Abb. 4.8).

Die Optimierung der Materialien ergibt eine Konfiguration, die auf den ersten Blick zufällig erscheint. Bei näherer Betrachtung ist sie jedoch durch die Materialeigenschaften begründbar. Das Material Al 2024T3 der Stringertypen 3, 5 und 7 zeichnet sich durch eine vergleichsweise geringe Fließgrenze aus. Der E-Modul für Druck ist jedoch relativ hoch. Da diese Stringertypen vor allem im unteren Seitenbereich zu finden sind, führt ein hoher E-Modul dazu, dass diese Bereiche mehr Last tragen, obwohl sie in Längsrichtung relativ gering belastet werden. Ebenfalls im Seitenbereich, jedoch mehr im oberen Bereich, ist Stringertyp 6 anzutreffen. Auch das dabei gewählte Material Al 2024T42 (Blechprofile) hat einen relativ hohen E-Modul und ähnliche Festigkeitswerte wie Al 2024T3. Stringertyp 1 ist aus Al 2024T42 (Strangpressprofil). Dieses Material hat deutlich höhere E-Moduli und Materialkennwerte als die Ausführung als Blechprofil und ist damit für den oberen Bereich sehr gut geeignet, der stark auf Zug bzw. Druck belastet wird. Mit den gleichen E-Moduli aber noch höheren Festigkeitswerten wird der Stringertyp 2 in Al 2024T351 ausgeführt, der sowohl im oberen als auch im untersten Bereich zum Einsatz kommt. Nur Stringertyp 4 wird in der hochfesten Aluminiumlegierung Al 7075T79 ausgeführt. Sie zeichnet sich durch eine sehr hohe Fließgrenze aus, ihr E-Modul ist dabei deutlich kleiner als für Al 2024T351. Da im Querschnitt nur ein Stringer dieses Typs ist, der im untersten Bereich liegt, kommt es für ihn mehr auf hohe Festigkeit als auf hohe Steifigkeit an. Sein Anteil an der tragenden Fläche ist relativ gering. Es bleibt festzuhalten, dass die Optimierung der Materialien sinnvolle Ergebnisse liefert. Zusätzlich ermöglichen diese Variablen dem Algorithmus weiteres Gewicht einzusparen, wie der Vergleich mit dem Sensitivitätsalgorithmus alleine zeigt.

Die erzielte Massenreduktion erscheint auf den ersten Blick recht gering. Hierbei ist zu beachten, dass der Algorithmus nur ca 35% der Fläche, nämlich die Stringer, bearbeiten kann. Betrachtet man nur die Stringerfläche, so erzielt der kombinierte Algorithmus eine Reduktion um 18%. Dies entspricht genau der Überreserve der Ausgangskonfiguration. Aufgrund der Nichtlinearitäten ist die zu erwartende Masseneinsparung nicht gleich der Überreserve, sondern in der Regel geringer. Dass die meisten Variablen die vorgegebene Untergrenze erreichen, deutet auf ein noch größeres Masseneinsparpotential hin. Dies erfordert dann die gesonderte Betrachtung der Ermüdungsfestigkeit. Trotzdem hat die optimierte Struktur in den drei betrachteten Lastfällen die Stabilitätsgrenze erreicht.



Lastfall	Sensitivitätsalgorithmus		kombinierter Algorithmus	
	minimaler Reservefaktor	Versagensort	minimaler Reservefaktor	Versagensort
1	1,00025	einziger Stringer Typ 4	1,00000	unterster Stringer
2	1,00995	links, unterster Stringer vom Typ 6	1,06833	links, unterster Stringer vom Typ 6
3	1,00174	oberste Stringer	1,00453	oberste Stringer

Tabelle 4.12: Reservefaktoren der optimierten Konfigurationen für die verschiedenen Lastfälle

Tabelle 4.12 gibt die Reservefaktoren für die drei Lastfälle (siehe auch S. 120) für die beiden optimierten Konfigurationen. Für den Sensitivitätsalgorithmus sind alle Faktoren nahezu 1, die Struktur also homogen am strukturellen Limit. Beim kombinierten Algorithmus ist eine Reserve von 7% im zweiten Lastfall vorhanden. Dies ist ein größerer Unterschied als in der Ausgangskonfiguration. Die Struktur hätte im kritischen Seitenbereich noch Optimierungspotential, wenn die Untergrenzen geringer wären. Die Versagensorte ändern sich nur für Lastfall 1, wo der Versagensort für den Sensitivitätsalgorithmus um einen Stringer wandert. Die optimierte Struktur ist für beide Algorithmen relativ homogen ausgeführt, so dass in keinem Lastfall große Reserven vorhanden sind. Ein solches Verhalten ist von einer optimal ausgelegten Struktur zu erwarten. Dieser Optimierungsfall zeigt, dass der in dieser Arbeit entwickelte Optimierungsalgorithmus gut in der Lage ist, die vorhandenen Spielräume für eine Optimierung zu nutzen, auch wenn relativ starke Einschränkungen aus anderen Überlegungen auferlegt werden.

# Kapitel 5

## Optimierung des Stabilitätsverhaltens von Sandwich-Zylinderschalen

Strukturen, die aus zwei dünnen äußeren und einer dickeren inneren Schicht bestehen, werden in der Strukturmechanik als Sandwich bezeichnet [1, 87–89]. In Abbildung 5.1 sind der prinzipielle Aufbau und die Bezeichnungen dargestellt.

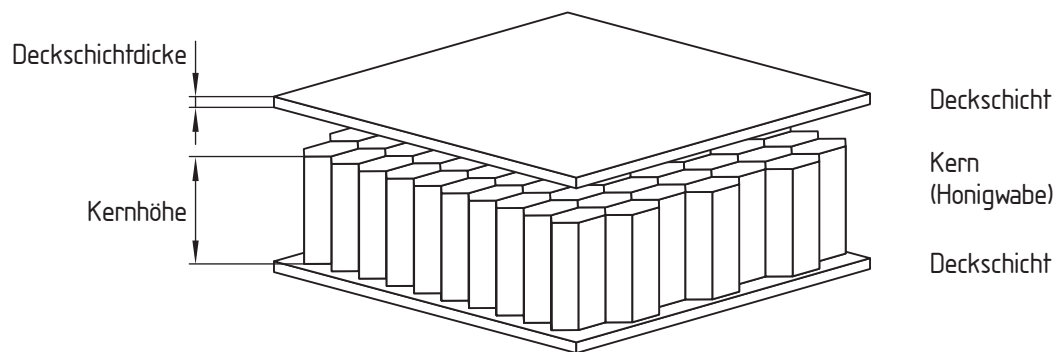


Abbildung 5.1: Prinzipieller Aufbau einer Sandwichstruktur

Sandwichbauteile werden seit langem in der Luft- und Raumfahrttechnik eingesetzt [89], einige bekannte Beispiele sind:

- die de Havilland Mosquito aus dem zweiten Weltkrieg, deren Rumpf aus einem Holz-sandwich bestand (Birkenholz als Deckschichten und Balsaholz als Kern) [90]
- die Beechcraft Starship mit Canards, Druckkabine und Kontrollflächen aus CFK Deckschichten und einem Nomex-Kern [89]
- die Extra 400 ebenfalls mit einer Druckkabine aus Sandwichmaterial (CFK-Deckschichten und Aramid Honigwabenkern) [89]
- primäre und sekundäre Strukturteile von Raumfahrzeugen (Wände, zylindrische Strukturen, Befestigungspanels) [58, 78, 91, 92], Abbildung 5.2 zeigt ein Strukturteil von Intelsat 5 mit CFK-Deckschichten und Aluminiumwabenkern dargestellt [93], Strukturteile der Raumsonden Giotto [58] und Magellan [92]

- Im Rahmen des LuFo II Projektes „Fortschrittliche Rumpfstrukturen aus Faserverbundstrukturen“ wird ein Sandwichrumpf für Verkehrsflugzeuge von der Größe eines Airbus A320 gegenüber monolithischen Faserverbundbauweisen favorisiert [94].



Abbildung 5.2: Ausschnitt aus der Primärstruktur von Intelsat 5 [93]

Als Deckschichten kommen heute in der Regel faserverstärkte Kunststoffe oder Aluminium, in Ausnahmefällen auch Titan oder Stahl [89, 91, 95], zum Einsatz. Bei den Kernwerkstoffen gibt es ein wesentlich größeres Spektrum, das hier nur kurz angedeutet werden soll [89, 91] (siehe auch Abbildung 5.3):

- monolithische Kerne aus homogenem Material, wie zum Beispiel Balsaholz, werden heute kaum noch eingesetzt
- Honigwabenkerne aus harzgetränktem Papier, Aluminium, unverstärktem oder faserverstärktem Kunststoff
- Wellblech- oder Faltkerne aus Metallen oder faserverstärktem Kunststoff
- Schaumkerne aus Kunststoff oder Metall

Unter Leichtbauaspekten ist die Sandwich-Bauweise vor allem deswegen interessant, weil sie eine hohe Biegesteifigkeit mit einem geringen Flächengewicht kombiniert. In Abbildung 5.4 sind Massen verschiedener Schalenbauweisen als Funktion einer maximal zulässigen axialen Drucklast gegenübergestellt [78]. Nur mit außenliegenden Spanten und einer Wellblechschale wird ein geringeres Strukturgewicht erzielt als mit der Sandwichbauweise. Die Wellblechschale ist jedoch aus aerodynamischen Gründen für Flugzeuge wenig geeignet.

Die guten Eigenschaften der Sandwichbauweise werden dadurch erreicht, dass die Deckschichten hohe Steifigkeiten in der Ebene des Sandwiches haben. Durch den Kern werden sie auf Abstand gehalten, wodurch sich ein hohes Flächenträgheitsmoment ergibt. Der Kern muss neben der Aufgabe, den Abstand der Deckschichten zu halten, auch Schubbelastungen senkrecht zur Ebene des Sandwiches, zum Beispiel aus Querkraften, aufnehmen. Damit

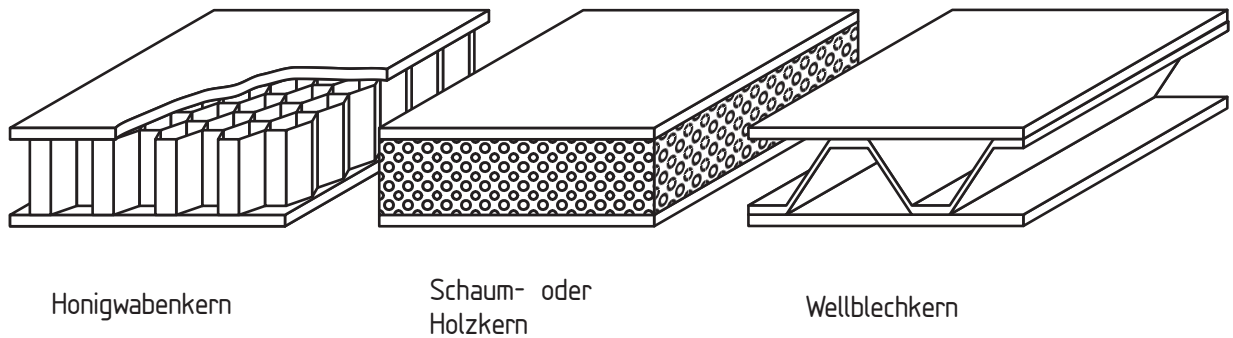


Abbildung 5.3: Verschiedene Sandwichkernbauweisen

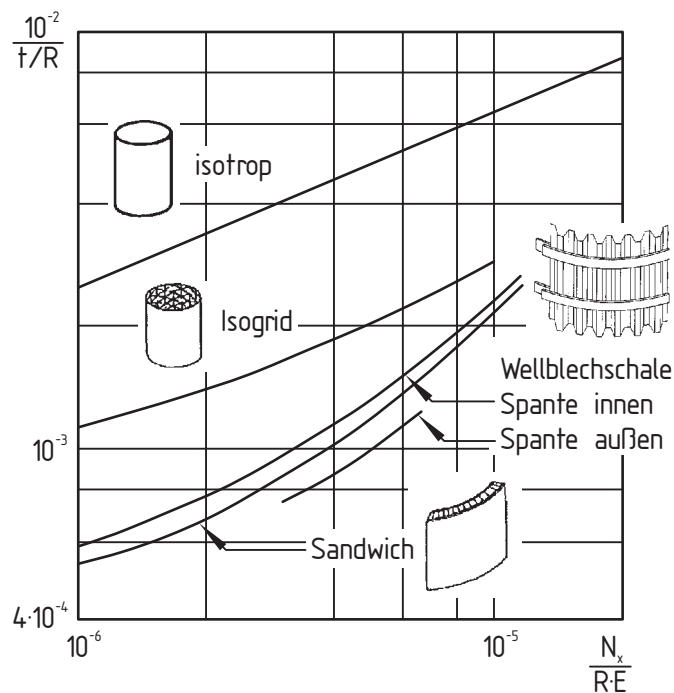


Abbildung 5.4: Massenvergleich verschiedener Schalenstruktur unter axialer Drucklast [78]

ergeben sich für den Kern die Forderungen einer hohen Steifigkeit in Dickenrichtung, hoher Schubsteifigkeit und -festigkeit sowie eines möglichst geringen Flächengewichts [95]. Die Längssteifigkeit spielt eine eher unbedeutende Rolle. Es ist offensichtlich, dass die Honigwabe genau diesen Anforderungen entspricht. Die Zellen stützen sich gegenseitig und ergeben so eine hohe Quersteifigkeit unter Druck und Zug. In Längsrichtung besitzen sie sehr geringe Steifigkeiten und durch die Hohlräume ein sehr geringes Flächengewicht.

Honigwabenkerne werden meistens hergestellt, indem Blechstreifen nur durch dünne Klebestreifen verbunden werden. Dadurch entsteht ein Streifenstapel, der auseinander gezogen das typische Honigwabenmuster erhält. Diese Herstellungsweise bewirkt, dass einige der Wabenstege die doppelte Dicke haben. Dadurch entsteht ein orthotropes Materialverhalten mit den in Abbildung 5.5 dargestellten ausgezeichneten Richtungen. Diese Orthotropie muss bei der Analyse solcher Strukturen berücksichtigt werden.

Neben diesen günstigen Leichtbaueigenschaften haben Sandwichstrukturen gute Wärme-

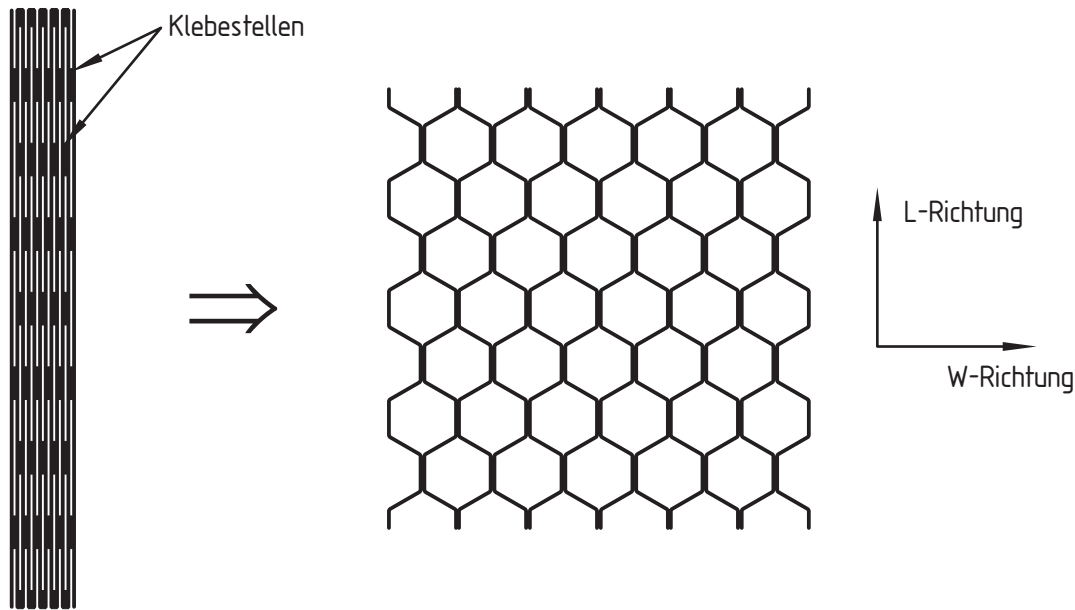


Abbildung 5.5: Herstellungsverfahren und ausgezeichnete Richtung von Wabenkernen.

dämmungseigenschaften, gute Schallabsorption [89, 95] und unter Umständen eine bessere Schadenstoleranz im Vergleich zu monolithischen Faserverbundbauteilen [94].

Trotz dieser guten Eigenschaften werden Sandwichbauteile noch nicht im großen Umfang für primäre Strukturteile in der Luftfahrt eingesetzt. Hierfür gibt es eine Reihe von Gründen. Einerseits ist das Sandwich ein komplexeres Material als zum Beispiel monolithisches Aluminium. Daraus resultieren zum einen ein höherer Fertigungsaufwand (und -kosten) und zum anderen Probleme bei der Berechnung solcher Strukturen. Andererseits ist selbst bei kostengünstiger Fertigung und erfolgreicher Berechnung noch das Problem der Wartung, Reparatur und Inspektion gegeben. Als Beispiel sei die Verklebung zwischen Deckschichten und Kern genannt. Sie muss über die Lebensdauer des Bauteils halten, kann aber nur über aufwändige Verfahren wie Ultraschall inspiziert werden. Im Falle eines Kernschadens besteht in der Regel keine Möglichkeit zur Reparatur, das Bauteil muss ausgetauscht werden.

Am Institut für Leichtbau sind eine Reihe von Untersuchungen zur strukturellen Berechnung von Sandwichstrukturen durchgeführt worden [78, 96–98]. Dabei wurde speziell das Stabilitätsverhalten untersucht, das im Vergleich zu monolithischen Materialien einige Besonderheiten aufweist (Abb. 5.6). Eines der dabei entwickelten Berechnungsverfahren wird im Folgenden erläutert, mit dessen Hilfe die Stabilitätsversagenslast von Sandwichzylinderschalen berechnet werden kann. Auf diese Weise kann ein Sandwichzylinder massenoptimiert werden und gleichzeitig sichergestellt werden, dass die Festigkeitsanforderungen eingehalten werden. Ein solcher Zylinder könnte zum Beispiel als Flugzeugrumpf zum Einsatz kommen.

## 5.1 Berechnung des Stabilitätsversagens von Sandwichschalen

Schalen in Sandwichbauweise sind gegen unterschiedliche Beulformen auszulegen. Diese sind die allgemeine Instabilität (vgl. Kapitel 4.1.1), das Knittern der Decklagen und ggf. das

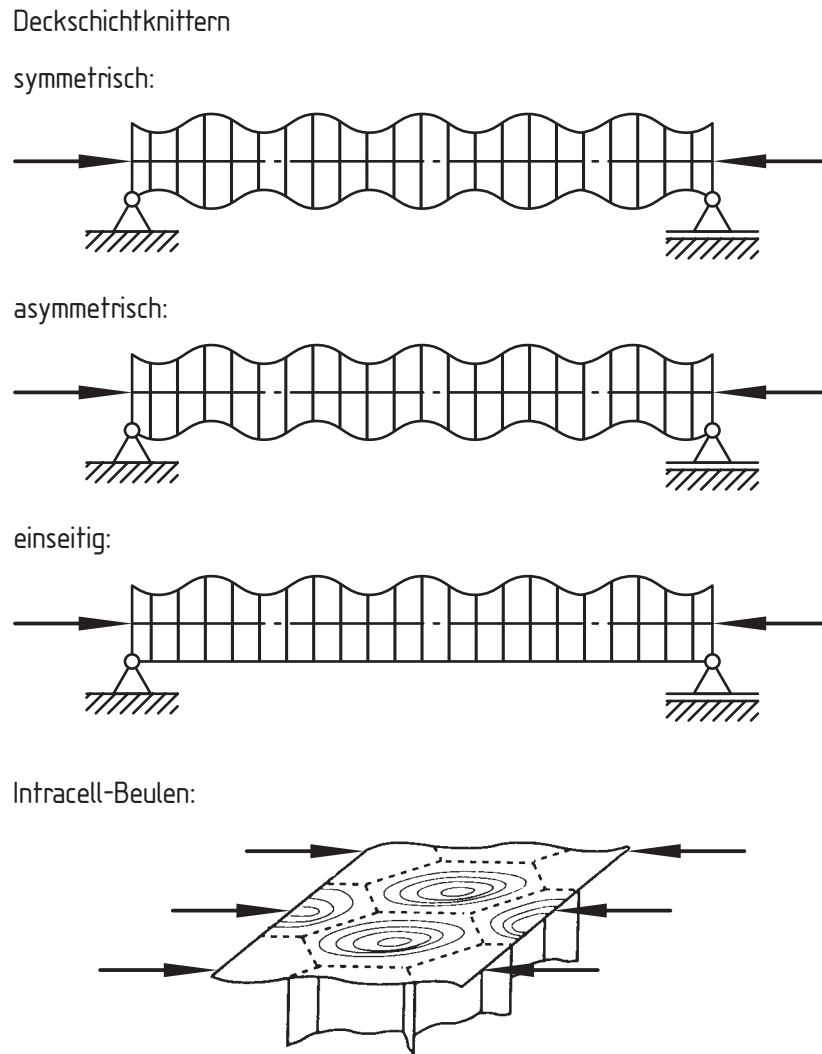


Abbildung 5.6: Lokale Versagensarten von Sandwichstrukturen [78]

Intracell-Beulen [78] (Abbildung 5.6). Die Versagensarten hängen von den Steifigkeiten der Deckschichten und des Kerns sowie der Geometrie ab. Um sowohl die globalen als auch die lokalen Beulformen zu erfassen, muss das Zusammenwirken zwischen Deckschichten und Kern beschrieben werden.

Am Institut für Leichtbau ist von Zhong und Reimerdes für diese Problematik ein schnelles Berechnungsverfahren für rotationssymmetrische Schalen entwickelt worden [96], das eine 3-Schichten-Modellierung verwendet (Abbildung 5.7). Dieses Modell ist in der Lage, sowohl die globalen als auch die lokalen Beulmodes mit Ausnahme des Intracell-Beulens zu beschreiben. Dabei werden die Decklagen als Schubstarre Schalen idealisiert, während der Sandwichkern als dreidimensionales Kontinuum behandelt wird. Für den Kern wird angenommen, dass seine Steifigkeiten in der Schalenebene vernachlässigt werden können [99].

Die Deckschichten werden mit der Schalentheorie nach Rittweger [100] behandelt. Sie sind als Schubstarr angenommen und besitzen einen beliebigen exzentrisch-orthotropen Wandaufbau. Die nichtlinearen Anteile der Mittelfläche in den Verzerrungs-Verschiebungs-Beziehungen werden berücksichtigt. Die vom Kern auf die Deckschichten übertragenen Spannungen (Abb. 5.8) sind in der Formulierung der Gleichgewichtsbedingungen berücksichtigt [96].

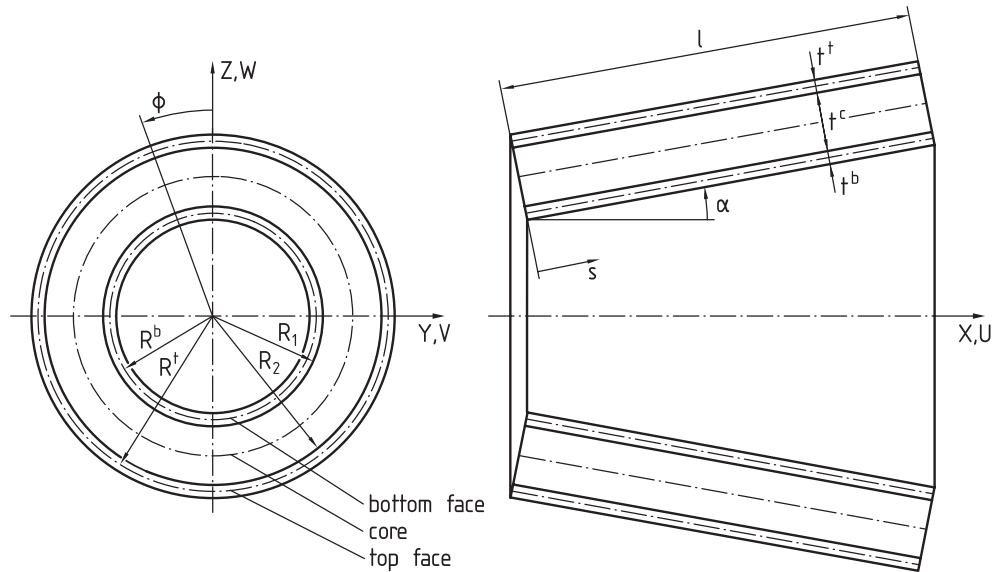


Abbildung 5.7: Geometrie und globales Koordinatensystem der Sandwichschale [96]

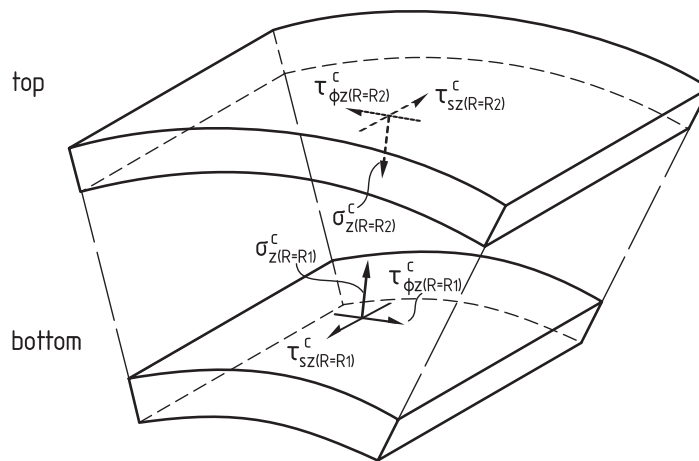


Abbildung 5.8: Spannungen vom Sandwichkern auf die Deckschichten [96]

Das dreidimensionale Kontinuum, mit dem der Kern idealisiert wird, wird vereinfacht, indem die Spannungen in der Schalenebene (Längs- und Schubspannungen) vernachlässigt werden. Die sich ergebenden Differentialgleichungen werden in Dickenrichtung integriert und die Integrationskonstanten aus der Verknüpfung mit den Deckschichten bestimmt [96]. Diese Verknüpfungen nehmen eine vollständige Haftung zwischen Kern und Deckschichten an. Dadurch wird es möglich, die Verschiebungen des Kerns durch die der Deckschichten auszudrücken.

Letztendlich führt dieses Vorgehen zu einem System von 18 partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung, die von der Längs- und Umfangskoordinate der Schale abhängen [96]. Dieses System wird gelöst, indem mit einem Ansatz in Umfangsrichtung die Abhängigkeit der Zustandsgrößen von der Umfangskoordinate eliminiert werden. Dadurch wird das partielle Differentialgleichungssystem in ein gewöhnliches Differentialgleichungssystem überführt. Dieses kann durch numerische Methoden wie dem Runge-Kutta-Verfahren in Längsrichtung

numerisch integriert werden. Die Differentialgleichungen werden damit in Längsrichtung exakt gelöst, was die Genauigkeit erhöht und die Anzahl der Unterteilungen (Elementierung) verringert [100].

Für geschlossene Schalen werden die Zustandsgrößen in Fourierreihen entwickelt. Damit wird eine getrennte Untersuchung der Wellenzahlen nötig. Die numerisch integrierten Differentialmatrizen können algebraisch in Steifigkeitsmatrizen umgewandelt werden. Die Berechnung erfolgt dann analog zu der Berechnung von Schalen mit herkömmlichen rotationssymmetrischen finiten Elementen. Sie wird aus einzelnen Elementen aufgebaut, anschließend werden die Randbedingungen und Kräfte aufgebracht. Eine linear statische Analyse ermöglicht die Berechnung der nichtlinearen Größen. Mit diesen kann eine lineare Stabilitätsanalyse durchgeführt werden. Diese zeigt je nach Aufbau des Sandwiches das kurzwellige Versagen der lokalen Beulmoden oder das langwellige globale Versagen.

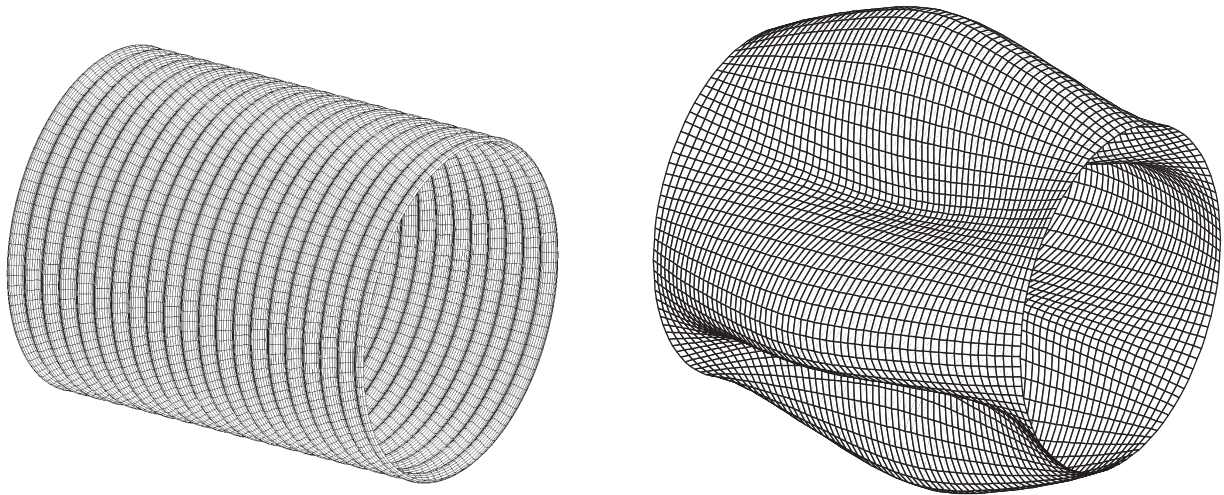


Abbildung 5.9: Kurzwelliges Knittern und globales Versagen von Sandwichzylinderschalen

Abbildung 5.9 zeigt zwei Ergebnisse, die mit diesem Rechenverfahren erzielt worden sind. Die linke Versagensform ist ein kurzwelliges Knittern mit einer Umfangswellenzahl von Null, während rechts globales Versagen mit der Umfangswellenzahl 4 gezeigt wird. Die dargestellte Elementierung in Längsrichtung entspricht der in der Rechnung verwendeten. In Umfangsrichtung ist die Elementierung nur zur besseren Darstellung eingeführt worden, in der Rechnung wird aufgrund der Rotationssymmetrie nur ein Element verwendet. Die beiden Schalen unterscheiden sich nur in der Kernsteifigkeit, die für die linke Schale um den Faktor 100000 kleiner ist. Dieser Unterschied entspricht etwa dem Fall eines Vollaluminiumkerns und eines schwachen Aluminiumwabenkern. Die Geometrien und Randbedingungen beider Schalen sind gleich.

Die mit dem beschriebenen Berechnungsverfahren bestimmten Beullasten gelten für perfekte Strukturen. Aus der Literatur [2, 72] ist bekannt, dass Schalen zum Teil sehr empfindlich auf Imperfektionen reagieren. In der Realität sind deutlich geringere Beullasten zu erwarten, als theoretisch vorhergesagt. Dabei spielen die Schalendicke und ihr Radius entscheidende Rollen. Je dünner die Schale, desto stärker wirkt sich eine Imperfektion aus. Die Krümmung (Kehrwert des Radius) wirkt stabilisierend, je größer sie ist. Mit Hilfe dieser Überlegungen und umfangreicher experimenteller Untersuchungen hat Almroth [101] empirische Formeln (sog. knock-down-Faktoren) für die Abminderung der Beullast infolge von Imperfektionen



aufgestellt. Numerische Untersuchungen an imperfekten Schalen am Institut für Leichtbau [102, 103] haben ergeben, dass der folgende knock-down-Faktor nach Almroth [101] gut mit den zu erwartenden Abminderungen übereinstimmt, wenn gemessene Imperfektionen zugrunde gelegt werden:

$$\varrho_{90} = 8,758 \left( \frac{R}{t} \right)^{-0,54} \quad (5.1)$$

Dabei ist  $t$  die Dicke der Schale, die im Fall einer Sandwichstruktur vereinfachend gleich der Kernhöhe angenommen werden kann. Die reale Beullast ergibt sich aus der Multiplikation des knock-down-Faktors mit der theoretischen Beullast:

$$N_{kr} = \varrho_{90} N_{kr,th} \quad (5.2)$$

In der folgenden Anwendung wird ein Aluminiumsandwich optimiert. Da Aluminium bereits deutlich unterhalb der Fließgrenze  $\sigma_{0,2}$  plastische Verformungen zeigt, wird gefordert, dass die axiale Druckspannung in den Deckschichten nicht höher als das 0,75-fache der Fließspannung liegt. Als kritische Drucklast ergibt sich dann das Minimum von realer Stabilitätsversagenslast und der Last, bei der die Plastizitätsgrenze des Werkstoffs erreicht wird.

## 5.2 Optimierung eines Sandwich-Flugzeugrumpfes

Im Folgenden wird der Spantabschnitt eines Flugzeugrumpfes in Sandwichbauweise optimiert. Die dabei verwendeten Geometrien und Randbedingungen sind in Abbildung 5.10 dargestellt. Die Abmaße des Zylinders sind angelehnt an die Werte eines Rumpfes der A340. Die Spantteilung beträgt  $530 \text{ mm}$  (vgl. auch Kapitel 4.2). Die Ergebnisse dieser Optimierung können daher direkt mit den Querschnittsflächen des Kapitels 4 verglichen werden. Es ist zu erwarten, dass sich der in Abbildung 5.4 dargestellte Zusammenhang zwischen Strukturbauweise und Masse bestätigt wird. Der Rumpfabbschnitt wird durch reinen Axialdruck belastet. Durch die Randbedingungen (gelenkige Lagerung) kann die Symmetrie bezüglich der Mittellinie genutzt werden um den Modellierungsaufwand zu verringern.

Das Sandwich wird aus Aluminiumdeckschichten und Aluminiumhonigwaben aufgebaut. In der Ausgangskonfiguration haben die Deckschichten eine Dicke von  $1,5 \text{ mm}$  und der Kern eine Höhe von  $15 \text{ mm}$ . Diese Werte orientieren sich an realen Gegebenheiten, sind aber frei gewählt worden. Die vom Rumpf zu tragende Last wurde auf einen Wert von  $21,4 \text{ MN}$  festgelegt. Diese Last führt zu einer Längsspannung in den Deckschichten von  $0,75 \cdot 540 \text{ N/mm}^2$  bei einer Dicke von  $1,5 \text{ mm}$ . Dabei ist  $540 \text{ N/mm}^2$  die Fließgrenze von Aluminium Al 7150T77511, einem hochfesten Aluminium der Luftfahrt [86]. Sowohl Geometrie als auch Belastung wurden willkürlich gewählt, da keine genauen Belastungs- und Geometriedaten in der Literatur gefunden wurden. Die mit diesen Annahmen erzielten Ergebnisse sind auf andere Fälle übertragbar, so dass die Anwendbarkeit des Verfahrens gezeigt wird.

Als Zielfunktion, die minimiert werden soll, wird die Masse pro Längeneinheit gewählt. Sie berechnet sich nach folgender Formel:

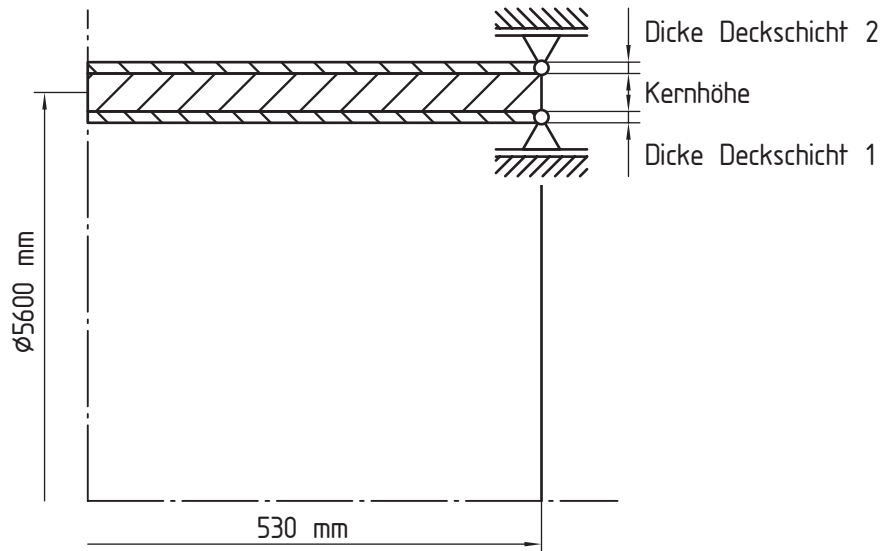


Abbildung 5.10: Geometrie der optimierten Sandwichschale

$$m_A = \left( t_{DS1} + t_{DS2} + \frac{E_{kern}}{E_{DS}} \cdot h_{kern} \right) 2\pi R \rho_{Alu} \quad (5.3)$$

Im betrachteten Beispiel sind Kern und Deckschichten aus Aluminium. Dadurch kann die Dichte des Kerns durch seinen E-Modul in Dickenrichtung abgeschätzt werden. Dieser wird stark dadurch bestimmt, wieviel Fläche in der Kernebene des Sandwich durch Aluminium ausgefüllt ist.

Für die so definierte Struktur werden die Dicke der Deckschichten, die Höhe des Kerns und der E-Modul des Kerns optimiert. Die Deckschichten haben beide die gleiche Dicke, so dass es sich nur um eine Optimierungsvariable handelt. Der E-Modul des Kerns wird hauptsächlich durch die Wanddicke und Größe der Waben bestimmt. Es handelt sich bei dieser Optimierungsvariable im Grunde um die Wahl des richtigen Kernaufbaus. Anhand von typischen Daten für Aluminiumwaben [104] kann der Bereich bestimmt werden, in dem der E-Modul des Kerns variiert werden kann. Die eigentlich denkbare kontinuierliche Variation zwischen Vollmaterial und sehr großen Waben wird hier nicht verfolgt, da fertigungstechnisch gewisse Wabengrößen und Stegdicken nicht unter- bzw. überschritten werden können. Die Schubmodule in den zwei verschiedenen Richtungen des Kerns (vgl. Abb. 5.5) hängen von den gleichen Größen ab, wie der E-Modul (Wabengröße, Stegdicke und Material). Sie können daher nicht als eigenständige Optimierungsvariablen gewählt werden. Ihre Größe wird durch typische Verhältnisse zum E-Modul bestimmt [104]. In Tabelle 5.1 sind die Optimierungsvariablen, ihre Grenzen und die davon abhängigen Größen, die sich aus diesen Überlegungen ergeben, dargestellt. Die beiden Geometrievariablen haben Grenzen, die den Optimierungsprozess möglichst wenig einschränken, aber dennoch sinnvolle Ergebnisse sicherstellen.

Im Prinzip wäre auch das Verhältnis der Deckschichtdicken optimierbar. Für den von Kupke et al. [94] beschriebenen CFK-Rumpf für einen Nachfolger der A320 wird eine äußere Deckschichtdicke vorgeschlagen, die um den Faktor 4 geringer ist als die Innere. Der Grund hierfür ist, dass die äußere Deckschicht vor allem als Impactschutz dienen soll, während die innere alleine in der Lage sein soll, die auftretenden Lasten zu tragen. Das hier verwendete Berechnungsverfahren berücksichtigt Impactgefährdungen nicht. Die Optimierung des

Größe	Beschreibung	
Optimierungsvariable	Untergrenze	Obergrenze
Gesamtdicke der Deckschichten	0,5 mm	10,0 mm
Höhe des Kerns	5,0 mm	20,0 mm
E-Modul des Kerns (Dickenrichtung) [104]	7,0 N/mm <sup>2</sup>	700,0 N/mm <sup>2</sup>
abhängige Größen		
Verhältnis der Deckschichtdicken	1,0	
Schubmodul in L-Richtung	0,5·E-Modul des Kerns	
Schubmodul in W-Richtung	0,25·E-Modul des Kerns	

Tabelle 5.1: Optimierungsvariablen der Sandwichzylinderschale, Grenzen und abhängige Variablen

Verhältnisses würde deshalb tendenziell zu gleichen Dicken aus Symmetriegründen oder zu größeren Dicken der äußeren Deckschicht führen. Letzteres ist dadurch zu erklären, dass ein größeres Flächenträgheitsmoment bezüglich der Rumpfmittle, durch den leicht größeren Abstand, zu einer höheren Versagenslast bei globalem Versagen führt.

### 5.2.1 Sensitivitätsanalyse

Eine Sensitivitätsanalyse zur Auswahl der Optimierungsvariablen ist hier nicht sinnvoll, da nur drei Variablen optimiert werden. Sie kann jedoch zur Bewertung der Variablen bezüglich des zu erwartenden Optimums genutzt werden. Die Referenzkonfiguration ist in Tabelle 5.2 definiert.

Variable	Wert
Dicke Deckschicht 1	1,5 mm
Dicke Deckschicht 2	1,5 mm
Höhe des Kerns	15,0 mm
E-Modul des Kerns	700 N/mm <sup>2</sup>
Masse	153,5 kg/m
Reservefaktor	1,0

Tabelle 5.2: Referenzkonfiguration der Sandwichzylinderschale

Die Wahl der Referenzkonfiguration ist, wie angegeben, erfolgt, um mit einer realistischen Kernhöhe und einem hohen E-Modul des Kern Stabilitätsversagen nur im globalen Bereich zuzulassen. Das heisst, dass Deckschichtknittern vermieden wird. Um dennoch ein lokales Optimum zu erhalten und dem Optimierer eine anspruchsvolle Aufgabe zu stellen, sind die Deckschichten auf 1,5 mm gesetzt worden. Damit greift die Forderung, dass die zulässige Spannung von  $0,75 \cdot \sigma_{0,2}$  nicht überschritten wird und der Reservefaktor hat den minimal zulässigen Wert.

Da die Kernhöhe und der E-Modul des Kerns keinen Einfluss auf das Spanningskriterium haben, sind die in Tabelle 5.3 dargestellten Sensitivitäten für die Versagenslast dieser Variablen Null. Die Massensensitivitäten zeigen bei den Deckschichten den größten Einfluss und

für die beiden Kerngrößen die gleichen Einflüsse, da sie gemäß Gleichung 5.3 proportional eingehen.

Variable	Massensensitivität $S_m$	Festigkeits-sensitivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
Deckschichtdicke	0,009524	0,01	1,05
Kernhöhe	0,000476	0	0
E-Modul des Kerns	0,000476	0	0

Tabelle 5.3: Sensitivitäten der Sandwichzylinderschale

Um die Einflüsse auf die Stabilitätsversagenslast abzuschätzen, ist eine weitere Sensitivitätsanalyse durchgeführt worden, bei der nur dieses Kriterium berücksichtigt worden ist. Gleichzeitig ist zu Testzwecken auch das Verhältnis der Deckschichtdicken untersucht worden. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5.4 aufgeführt.

Variable	Massensensitivität $S_m$	Festigkeits-sensitivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
Deckschichtdicke	0,009524	0,010437	1,095932
Kernhöhe	0,000476	0,014564	30,583644
E-Modul des Kerns	0,000476	0,000574	1,205326
Verhältnis der Deckschichtdicken	0	0,000860	

Tabelle 5.4: Sensitivitäten der Sandwichzylinderschale (nur Stabilitätsversagen)

Die zweite Analyse zeigt die gleichen Einflüsse bei den Massensensitivitäten. Bei den Festigkeitssensitivitäten zeigt die Kernhöhe den mit Abstand größten Einfluss. Mit dem höchsten Kostenverhältnis ist sie die Variable, die am besten zu einer Erhöhung der Versagenslast bei geringem Massenzuwachs zu nutzen ist. Die beste Möglichkeit zur Masseneinsparung bei geringem Verlust an Sicherheit bietet die Änderung der Deckschichtdicke. Den geringsten Einfluss auf das Stabilitätsversagen hat der E-Modul des Kerns, weil die Referenzkonfiguration globales Versagen zeigt. Für Deckschichtknittern ist mit einem höheren Einfluss der Kernsteifigkeit zu rechnen. Das Verhältnis der Deckschichten zeigt den bereits oben diskutierten Einfluss. Bei der Sensitivitätsanalyse wurde die äußere Deckschicht dicker ausgeführt als die innere, was zu einem leichten Anstieg der Versagenslast führt. Die Variable hat keinen Einfluss auf die Masse, was auch die Angabe des Kostenverhältnisses unsinnig macht.

In Bezug auf die zu erwartenden Optimierungsergebnisse lassen die Sensitivitätsanalysen erwarten, dass der E-Modul des Kerns deutlich gesenkt wird. Bei der Kernhöhe ist allenfalls eine geringe Verminderung zu erwarten. Es kann sogar zu einer geringen Erhöhung kommen, wenn dadurch der E-Modul des Kerns soweit gesenkt werden kann, dass eine Einsparung insgesamt erzielt werden kann. Für das Spannungskriterium ist sie entscheidend, für das Stabilitätskriterium wäre sie eine gute Variable um Masse einzusparen. Da zu erwarten ist, dass beide Restriktionen im Optimum aktiv sein werden, wird die Deckschichtdicke den Minimalwert für das Spannungskriterium (1,5 mm) annehmen.

### 5.2.2 Optimierungsergebnisse

Die Optimierung wird in der gleichen Art durchgeführt wie in den zwei vorigen Anwendungsbeispielen. Für den Sensitivitätsalgorithmus alleine ist nicht die Referenzkonfiguration der Sensitivitätsanalyse verwendet worden. Die Deckschichtdicken sind mit je  $1,7\text{ mm}$  etwas größer gewählt worden, um dem Algorithmus mehr Spielraum zu geben. Die anderen Variablen blieben gegenüber der Referenzkonfiguration unverändert. Das Optimierungsproblem ist mit drei Variablen relativ klein, so dass der genetische Teilalgorithmus keine großen Vorteile bieten wird. Das Crossover dieses Algorithmus kann überhaupt nur ab zwei Variablen eingesetzt werden. Somit spielt bei diesem Problem vor allem die Mutation eine Rolle. Es ist nicht zu erwarten, dass sich große Vorteile gegenüber der gezielten Suche des Sensitivitätsalgorithmus ergeben werden.

Der kombinierte Algorithmus wurde mit 20 Individuen und 100 Generationen durchgeführt. Diese hohen Werte im Vergleich zu den vorigen Beispielen sind nötig, um dem genetischen Teil einen ausreichenden Spielraum im eingeschränkten Suchraum zu geben. Tabelle 5.5 zeigt die Ergebnisse für den kombinierten Algorithmus in der zweiten und für den Sensitivitätsalgorithmus in der dritten Spalte.

Variable	kombinierter Algorithmus	Sensitivitätsalgorithmus
Deckschichtdicke	$1,508\text{ mm}$	$1,501\text{ mm}$
Kernhöhe	$16,858\text{ mm}$	$14,732\text{ mm}$
E-Modul des Kerns	$153,34\text{ N/mm}^2$	$586,25\text{ N/mm}^2$
Masse	$148,73\text{ kg/m}$	$152,35\text{ kg/m}$
Einsparung	$3,11\%$	$0,75\%$

Tabelle 5.5: Optimierungsergebnisse für die Sandwichzylinderschale

Obwohl die Ergebnisse sehr ähnliche Gewichte haben, unterscheiden sie sich in der Qualität stärker als es bei einem Problem mit drei Variablen zu erwarten ist. Der kombinierte Algorithmus ist in der Lage die dreifache Masseneinsparung zu erzielen. Die Kernhöhe ist für dieses Optimierungsergebnis größer als in der Referenzkonfiguration mit einer entsprechend größeren Reduktion des E-Moduls verglichen mit dem Ergebnis des Sensitivitätsalgorithmus alleine. Für beide Ergebnisse hat die Deckschichtdicke nahezu den minimal möglichen Wert für das Spannungskriterium. Der kleine Unterschied ist auf die Rechengenauigkeit zurückzuführen, denn der Algorithmus bricht bei Änderungen der Variablen von unter einem Prozent ab. Wie zu erwarten, sind beide Restriktion in dem gefundenen Optimum aktiv. Sowohl das Spannungskriterium als auch das Stabilitätskriterium haben Reservefaktoren von 1,0. Letzteres ist deswegen klar, weil die Kernhöhe und der E-Modul des Kerns nicht in die Berechnung des Spannungskriteriums eingehen. Daher hat der Optimierer die Möglichkeit mit diesen beiden Variablen die Masse soweit zu reduzieren, bis auch die Stabilitätsrestriktion aktiv ist.

Eine letzte Bewertung des gefundenen Optimums soll anhand der Versagensart für das Stabilitätskriterium erfolgen. Untersuchungen am Institut für Leichtbau haben gezeigt, dass eine massenoptimale Auslegung des Sandwiches dann gefunden wird, wenn der E-Modul des Kerns von den Werten des Vollmaterials soweit gesenkt wird, dass gerade der Übergang zwischen globalem und lokalem Versagen, also Knittern, erreicht wird. Dies ist damit

zu erklären, dass Knittern im Vergleich zu globalem Versagen zu deutlich geringeren Versagenslasten führt. Mit steigendem E-Modul konvergiert die Versagenslast gegen die Last, die für einen Kern aus Vollmaterial bestimmt wird. Wenn sie dieser Last bereits sehr nahe ist, spricht sich das globale Versagen bereits als kritisch eingestellt hat, führt eine weitere Erhöhung der Masse bzw. Kernsteifigkeit nicht zu einer nennenswerten Erhöhung der Versagenslast. Damit stellt sich gerade der Übergangsbereich als Massenoptimum heraus. Bei den beschriebenen Untersuchungen wurde nur die Kernsteifigkeit variiert, alle anderen Größen wurden konstant gehalten. Außerdem erfolgte keine Berücksichtigung des Spannungskriteriums.



Abbildung 5.11: Beulform der optimierten Sandwichzylinderschale (Schale in Längsrichtung gedehnt)

In Abbildungen 5.11 und 5.12 ist die Stabilitätsversagensform für das gefundene Optimum dargestellt. Die erste Abbildung zeigt den Zylinder in Axialrichtung gedehnt, die zweite mit der Originalgeometrie. Die Versagensform stellt globales Versagen dar. Wegen der geringen Länge des Zylinders ( $530\text{ mm}$ ) stellt sich in Umfangsrichtung die Wellenzahl 10 als kritische ein. In den oben beschriebenen Untersuchungen zur massenoptimalen Auslegung von Sandwichzylindern hat sich herausgestellt, dass für eine ähnliche Schale der Übergangsbereich bei einem E-Modul von knapp unter  $700\text{ N/mm}^2$  beginnt und reines Knittern bei E-Moduli unter  $0,7\text{ N/mm}^2$  zu erwarten ist. Damit liegt das in dieser Arbeit gefundene Optimum wie zu erwarten im oberen Übergangsbereich und stimmt gut mit den oben erwähnten Untersuchungen überein, ohne sie bei der Optimumssuche zu berücksichtigen, was eine Bestätigung des Verfahrens darstellt.

Der Vergleich zwischen der Optimierung der orthotrop versteiften Rumpfschale unter reiner Druckbelastung (vgl. Kapitel 4.2.1) und der optimierten Sandwichschale zeigen vergleichbare Massen. Die berechnete Querschnittsfläche von  $48833,8\text{ mm}^2$  entspricht einem Gewicht von  $135\text{ kg/m}$  für die orthotrop versteifte Aluminiumschale. Der Sandwichrumpf wird also

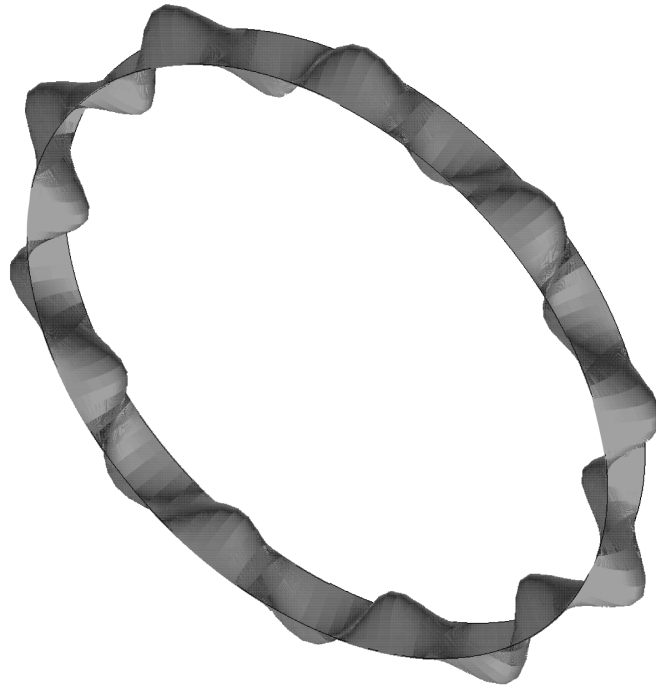


Abbildung 5.12: Beulform der optimierten Sandwichzylinderschale (Originalgeometrie)

etwas schwerer ausgelegt. Dies ist auf das starre Spannungs-kriterium für den Sandwichrumpf zurückzuführen. Der orthotrop versteifte Rumpf berücksichtigt plastisches Materialverhalten beim Versagen, während der Sandwichrumpf in Folge des Spannungs-kriteriums nur im elastischen Bereich versagen darf. Wird das Kriterium nicht berücksichtigt ergibt sich eine optimierte Masse von  $113,5 \text{ kg}$ . Somit erfüllt das gefundene Optimum für den Sandwichzylinder die in Abbildung 5.4 zusammengefassten Überlegungen, dass die Sandwichaussführung einer Schale etwas leichter ist als die orthotrop versteifte Schale (unter Berücksichtigung vergleichbarer Auslegungskriterien).

# Kapitel 6

## Zusammenfassung und Ausblick

Für die Optimierung von nichtlinearen, unstetigen und nicht differenzierbaren Problemen der Strukturmechanik wird ein Verfahren entwickelt. Dabei ist zu beachten, dass für solche Optimumsprobleme Restriktionen eingehalten werden müssen. In den meisten Fällen des Leichtbaus wird gefordert, mit einem Minimum an Masse die gestellten Anforderungen wie Festigkeit oder Steifigkeit zu erfüllen. Die Berechnung der Masse erscheint auf den ersten Blick eine einfache, differenzierbare Funktion zu sein. Aber bereits die Betrachtung eines konventionellen Flugzeugrumpfes zeigt, dass sie unstetig sein kann, wenn z.B. die Zahl der verwendeten Stringer verändert wird. Die Restriktionsfunktionen stellen in der Regel näherungsweise Verfahren dar, mit denen eine Versagenslast oder ein Versagensfall berechnet wird. Sie gelten oft nur für eingeschränkte Bereiche, die nicht differenzierbar ineinander übergehen, wie die Berechnungsvorschriften für den kritischen Partikeldurchmesser von Mikrometeoriten und Space Debris Schutzsystemen zeigen. Eine zusätzliche Komplexität wird durch große Anzahl und die Art der möglichen Variablen eingebracht. Für reale Strukturen müssen schnell mehr als 50 Variablen gleichzeitig optimiert werden, für einen Flugzeugrumpf ergeben sich mit einer realistischen Abschätzung ca. 4000 Variablen. Leicht könnte diese Zahl durch zusätzlich Größen noch erhöht werden. Nicht alle sind reelle Zahlen, sondern können teilweise nur ganzzahlige Werte annehmen wie zum Beispiel die Zahl der Stringer. Des Weiteren gibt es Optimierungsvariablen wie die Materialauswahl, die mehrere, für die Berechnung relevante Parameter festlegen und sich durch gegenläufige Effekte nicht in eine sinnvolle Ordnung bringen lassen. Ein Beispiel wäre ein Material, das zwar einen höheren E-Modul aber eine niedrigere Fließspannung aufweist.

Es ist offensichtlich, dass ein geeignetes Optimierungsverfahren für ein einziges dieser Probleme hohen Anforderungen unterliegt. Das in dieser Arbeit entwickelte Verfahren kann auf verschiedene Probleme erfolgreich angewendet werden, was die Ansprüche noch weiter erhöht. Als Lösung dieser Aufgabenstellung ist ein kombinierter Optimierungsalgorithmus entwickelt worden. Er besteht aus einer genetischen Voroptimierung und einer Feinoptimierung mittels eines Sensitivitätsalgorithmus. Der genetische Algorithmus benutzt Konzepte aus der Evolutionsbiologie und wendet diese auf mathematische Optimierungsverfahren an. Die grundlegenden entlehnten Konzepte sind die Verwendung einer Population von möglichen Konfigurationen anstelle einer einzigen, wie bei den meisten klassischen Verfahren. Des Weiteren wird diese Population über eine gewisse Anzahl von Generationen sprich Iterationen verbessert. Durch die Verwendung einer zweigeschlechtlichen Fortpflanzung findet zwischen den Individuen der Population ein Informationsaustausch statt, der zu einer effektiven Durchforstung des Suchraums führt. Die Verwendung des Mutationskonzeptes fügt



neue Informationen in die Population ein und ermöglicht so dem Algorithmus ein lokales Optimum zu verlassen. Die effektive Arbeitsweise der genetischen Algorithmen kann mit dem Schema-Theorem erklärt werden. Die Vorteile der genetischen Algorithmen liegen vor allem in der Fähigkeit, mit beliebigen Zielfunktionen, Restriktionen, Variablentypen und -anzahlen umgehen zu können. Darüber hinaus ermöglicht ihre Fähigkeit lokale Optima zu verlassen, eine effektive Suche nach neuen Konfigurationen, die eine bessere Lösung bieten, ohne dass sie dem Anwender durch Intuition oder Erfahrung zugänglich wären. Der Nachteil der genetischen Algorithmen liegt in ihrem sehr hohen Rechenaufwand und der in ihnen enthaltenen Zufallskomponenten. Letztere führen dazu, dass die Ergebnisse nicht direkt reproduzierbar sind. Wichtig für die technische Optimierung ist aber vor allem die Ermittlung von besseren Lösungen, was der genetische Algorithmus sehr gut unterstützt. Die Streuung der Ergebnisse lässt sich auch zum Vorteil umkehren. Durch mehrere Optimierungsläufe werden dem Anwender verschiedene Lösungen zur Verfügung gestellt, aus denen dann die beste ausgewählt werden kann. Bei dieser Auswahl können andere Kriterien wie zum Beispiel fertigungstechnische Überlegungen einfließen. Der erste genannte Nachteil, die Rechenzeit, wird zum einen durch die Zahl der Individuen und Generationen verursacht, die für das Funktionsprinzip des genetischen Algorithmus erforderlich sind. Dieser Nachteil muss daher in Kauf genommen werden, wenn ein genetischer Algorithmus verwendet wird. Zum anderen erfordert der Algorithmus viel Rechenzeit, sprich Iterationen, um nach der groben Lokalisierung des Optimums eine feine Auflösung durchzuführen. Um diesen Nachteil auszuschalten wird der genetische Algorithmus nur für die Voroptimierung verwendet.

Für die Feinauflösung wird die Verwendung eines hier entwickelten Sensitivitätssuchalgorithmus vorgeschlagen. Durch die Berechnung der Sensitivitäten bezüglich der Zielfunktion und der Restriktionen kann die Variable bestimmt werden, die besonders effektiv für eine Massenreduktion eingesetzt werden kann. Die Idee beruht auf der Tatsache, dass die Zielfunktion und die Restriktion oft entgegengesetzt auf die Veränderung einer Variablen reagieren. Eine Verringerung der Querschnittsfläche führt zu einer Massenreduktion und in der Regel zu einer Verringerung der Versagenslast, die einen Mindestwert nicht unterschreiten darf. Die effektivste Variable ist dann diejenige, die eine Massenreduktion mit einem möglichst geringen Verlust an Sicherheit gegen Versagen kombiniert. Durch die Definition einer Kostenfunktion kann diese Effektivität quantifiziert werden.

Diese Sensitivitätsanalyse lässt sich auch in einem zweiten Schritt nutzen. Das Minimum der Masse wird dann gefunden, wenn die Versagenslast gerade den minimalen Wert erreicht hat. Jetzt ist eine weitere Reduktion einer Variable nicht mehr möglich, weil andernfalls die Restriktion verletzt wird. Hier können zwei Variablen geändert werden. Eine Variable mit einem hohen Kostenverhältnis wird erhöht und bewirkt so einen großen Anstieg der Restriktionsfunktion bei einem geringen Anstieg der Masse. Der Gewinn bei der Restriktion wird mit einer Variablen mit niedrigem Kostenverhältnis verbraucht, so dass sich insgesamt eine Massenreduktion bei konstanter Restriktionsfunktion ergibt. Dieses Vorgehen ermöglicht das Optimum, das der genetische Algorithmus näherungsweise identifiziert hat, genau aufzulösen. Des Weiteren kann dieser Teil des Algorithmus effektiv eingesetzt werden, um nahezu optimale Konfigurationen, die der Nutzer vorgibt, zu Ende zu optimieren. Durch den zweiten Schritt ist der Algorithmus sogar in der Lage, lokale Optima, bei denen die Restriktion aktiv ist, wieder zu verlassen.

Der kombinierte Algorithmus ist erfolgreich auf drei unterschiedliche Beispiele aus der Strukturmechanik angewendet worden. Es handelt sich dabei um die Optimierung von Mikrometeoriten und Space Debris Schutzsystemen, die Massenoptimierung von orthotrop versteiften

Rumpfschalen und um die Querschnittsoptimierung von Sandwichzylinderschalen.

Bei der Optimierung von Mikrometeoriten und Space Debris Schutzsystemen ist die Zielsetzung, eine vorgegebene Schutzwirkung mit einem Minimum an Massenaufwand zu erzielen. Die Schutzsysteme bestehen aus ein oder zwei Wänden, im letzteren Fall mit einem festgelegten Abstand zueinander. Für die Berechnung der Masse werden die Flächeninhalte und die Wanddicken verwendet. Zusätzlich wird der Masseneinfluss des Abstandes mit einer näherungsweisen Auslegung der Abstandshalter bestimmt. Zur Berechnung der Partikelgröße, die eine gegebene Schutzschildkonfiguration durchschlägt, ist eine Erweiterung der Gleichung nötig, damit der Einfluss der Schilddicke besser erfasst wird. Mit diesen Vorarbeiten sind verschiedene Schutzsysteme für ein würfelförmiges Raumfahrzeug, einen Zylinder mit Zweiwandschutzsystem und das Schutzsystem eines Moduls einer vereinfachten Raumstation massenoptimiert worden. Dabei konnten Einsparungen von mehr als 20% erzielt werden. Der Sensitivitätssuchalgorithmus zeigt besonders bei Optimierungsfällen mit wenigen Variablen sehr gute Ergebnisse und eine deutlich geringere Rechenzeit als der kombinierte Algorithmus. Dessen genetischer Teil ergibt deutliche Vorteile bei Problemen mit vielen Variablen und bei der Behandlung von ganzzahligen Variablen. Dabei konnte die Masseneinsparung in einigen Fällen durch den Einsatz des kombinierten Algorithmus mehr als verdoppelt werden. Des Weiteren bietet der kombinierte Algorithmus bei der Optimierung des Moduls der vereinfachten Raumstation sogar einen Rechenzeitvorteil gegenüber dem Sensitivitätsalgorithmus. Dies ist auf die Effektivität der genetischen Vorooptimierung zurückzuführen. Die Optimierung der M/OD-Schutzsysteme zeigt die Wirksamkeit der gewählten Vorgehensweise und bietet die Möglichkeit zu Masseneinsparungen bei zukünftigen Raumfahrtmissionen, die mit einem MDPS ausgestattet sind.

Die Minimierung der Masse ist ebenfalls das Ziel der Optimierung orthotrop versteifter Rumpfschalen. In diesem Fall ist die Restriktion die Einhaltung von Mindestversagenslasten. Zur Berechnung der Stabilitätsversagenslast von Flugzeugrumpfen ist am Institut für Leichtbau ein Berechnungsprogramm erstellt worden, das in dieser Arbeit dokumentiert und verwendet wird. Es sind zwei verschiedene Fälle optimiert worden. Der erste ist ein einfacher Flugzeugrumpf, bei dem mit der Anzahl der Stringer eine wichtige Optimierungsvariable nur ganzzahlige Werte annehmen kann. Obwohl der kombinierte Algorithmus keinen Rechenzeitvorteil bietet, ist sein Einsatz für dieses Beispiel sinnvoll, da nur mit diesem Algorithmus eine Konfiguration gefunden wird, die eine deutliche Masseneinsparung von fast 5% bietet. Dabei ist zu beachten, dass die Referenzkonfiguration bereits ein lokales Optimum darstellt, das der Optimierungsalgorithmus verlassen muss. Der zweite Fall ist die Anwendung auf einen Rumpfabschnitt, der sehr nahe an realen Rumpfgeometrien angelehnt ist. Hierbei sind mehrere Lastfälle zu berücksichtigen und 31 Variablen zu optimieren. Dabei ist mit der Auswahl des Stringermaterials auch ein Variablentyp vorhanden, der nur ganzzahlig ist und nicht in eine sinnvolle Ordnung gebracht werden kann. Die Referenzkonfiguration wurde an Serienrümpfen des Flugzeugbaus angelehnt. Diese sind nach experimentellen Daten und verbesserten Berechnungsverfahren überdimensioniert. Dieses Masseneinsparungspotential ist mit dem Optimierungsverfahren in eine Massenreduktion von 6% umgesetzt worden. Die Hautdicke wird in diesem Fall nicht optimiert, die Masseneinsparung, bezogen auf die Stringer, beträgt sogar 18%. Dieses Beispiel zeigt die Anwendbarkeit im Bereich der Luftfahrt auf eine sehr komplexe Problemstellung, die mit Handoptimierung nicht vollständig zu lösen ist.

Das letzte Beispiel dieser Arbeit ist die Querschnittsoptimierung eines Sandwichzylindersumpfes. Dabei sind zwei völlig verschiedene Versagenskriterien berücksichtigt worden, zum

einen die Plastizitätsgrenze für die Deckschichten, zum anderen das Stabilitätsversagen. Dabei wurde ein ebenfalls am Institut für Leichtbau entwickeltes Berechnungsprogramm [96] verwendet. Obwohl das Problem mit drei Optimierungsvariablen relativ einfach ist, zeigt das entwickelte Optimierungsverfahren seine Leistungsfähigkeit, in dem beide Restriktionen am gefundenen Optimum aktiv sind. Dies bedeutet, dass die optimale Konfiguration sowohl für das Plastizitätskriterium als auch für das Stabilitätskriterium gerade den Reservefaktor 1,0 hat und somit kein weiteres Einsparungspotential vorhanden ist. Des Weiteren stimmen die Ergebnisse mit Untersuchungen am Institut für Leichtbau überein, bei denen die Kernsteifigkeit einer massenoptimalen Sandwichkonfiguration bestimmt worden ist.

Das entwickelte Verfahren hat seine Leistungsfähigkeit an den drei Einsatzbeispielen gezeigt. Für die Zukunft können diese Beispiele weiterentwickelt werden, in dem weitere Optimierungsvariablen hinzugefügt werden und die Berechnungsverfahren an sich weiterentwickelt werden. Wünschenswert wäre auch die Anwendung des Verfahrens in der industriellen Praxis. Die größten Möglichkeiten hierzu bietet sicherlich die Flugzeugrumpfoptimierung. Bei der Anwendung auf M/OD Schutzsysteme sind ebenfalls direkt substanzielle Einsparmöglichkeiten gegeben, jedoch ist die Zahl der mit solchen Systemen ausgestatteten Missionen beschränkt. Für die Sandwichschalen ist eine erste Anwendbarkeit gezeigt, diese muss für den industriellen Einsatz erweitert werden. Denkbar wäre hier die Erweiterung auf die Optimierung von Deckschichten aus kohlefaserverstärktem Kunststoff, wodurch die Anwendung für zukünftige Flugzeuge mit CFK-Rumpf möglich würde. Aufgrund der Ergebnisse der anderen beiden Beispiele ist zu erwarten, dass das Verfahren auch in diesem Fall gute Ergebnisse liefern wird. Aus dem gleichen Grunde ist auch die Anwendung des Verfahrens für andere Optimierungsprobleme der Strukturmechanik sinnvoll. Der Optimierungsalgorithmus ist robust und effektiv und besonders für große, nichtlineare Probleme einsetzbar.

# Literaturverzeichnis

- [1] REIMERDES, H.-G.: *Folien zur Vorlesung Grundlagen des Strukturentwurfs*, 2003.
- [2] WIEDEMANN, J.: *Leichtbau I - Elemente*. Springer Verlag, 2. Auflage, 1996.
- [3] HERTEL, H.: *Leichtbau*. Springer-Verlag, 1980.
- [4] BATHE, K.-J.: *Finite-Elemente-Methoden*. Springer-Verlag, 2. Auflage, 2002.
- [5] KÖLSCH, G.: *Diskrete Optimierungsverfahren zur Lösung konstruktiver Problemstellungen im Werkzeugmaschinenbau*. VDI Verlag, 1992.
- [6] MICHALEWICZ, Z.: *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*. Springer Verlag, 1994.
- [7] MOORE, G. E.: *Cramming more components onto integrated circuits*. Electronics, 38(8), 1965.
- [8] INTEL CORPORATION: *Intel Research - Silicon - Moore's Law*. Internetseite: [www.intel.com/research/silicon/mooreslaw.htm](http://www.intel.com/research/silicon/mooreslaw.htm), Stand: 10. Mai 2003.
- [9] BAIER, H., C. SEESSELBERG und B. SPECHT: *Optimierung in der Strukturmechanik*. Vieweg, 1994.
- [10] GILL, P. E., W. MURRAY, and M. H. WRIGHT: *Practical Optimization*. Academic Press, 1981.
- [11] BRONSTEIN, I. N. und K. A. SEMENDJAJEW: *Taschenbuch der Mathematik*. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1989.
- [12] BRONSTEIN, I. N. und K. A. SEMENDJAJEW: *Ergänzende Kapitel zum Taschenbuch der Mathematik*. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1988.
- [13] BENDSØE, M. P.: *Optimal shape design as a material distribution problem*. Journal of Structural Optimization, 1(1):193–202, 1989.
- [14] ESCHENAUER, H. A. and N. OLHOFF: *Topology optimization of continuum structures*. Applied Mechanics Review, 54(4):331–390, July 2001.
- [15] NÖLKE, D.: *Massen- und Sensitivitätsanalyse zur Optimierung von Mikrometeoriten- und Weltraumtrümmerschutzsystemen*. Unveröffentlichte Studienarbeit am Institut für Leichtbau der RWTH Aachen, 2002.

- [16] JANOVSKI, R.: *Das Meteoriten & Space Debris Protection System (MDPS) des Automatischen Transfer-Fahrzeugs*. Vortrag im Rahmen des Raumfahrtkolloquium an der Fachhochschule Aachen, November 2000.
- [17] HOOKE, R. and T. A. JEEVES: *Direct search solution of numerical and statistical problems*. Journal of the Association for Computing Machinery, 8, 1961.
- [18] STOER, R.: *Simultane Optimierung geometrischer und operationeller Entwurfsvariablen bei der Konfigurationsauslegung von Verkehrsflugzeugen*. VDI-Verlag, 1993.
- [19] DANTZIG, G. B.: *Linear Programming and Extensions*. Princeton, N.J., 1963.
- [20] BROYDON, C. G.: *The convergence of a class of double rank minimization algorithms*. Journal of the Institute of Mathematics and its Applications, 6, 1970.
- [21] ZOUTENDIJK, G.: *Method of Feasible Directions*. Amsterdam, 1960.
- [22] MURRAY, W.: *Methods for constrained optimization*. In *Optimization in Action*, 1976.
- [23] POWELL, M. J. D.: *Algorithms for nonlinear constraints that use Lagrange functions*. Mathematical Programming, 14, 1978.
- [24] GÜNNEWIG, J.: *Optimierte aktive Schwingungsdämpfung von Leichtbaustrukturen*. VDI Verlag, 2000.
- [25] WEAST, R. C. (editor): *Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, Inc., 1<sup>st</sup> student edition, 1988.
- [26] AARTS, E. and J. KORST: *Simulated Annealing and Boltzmann Machines: A Stochastic Approach to Combinatorial Optimization and Neural Computing*. Wiley & Sons, 1989.
- [27] HEISTERMANN, J.: *Genetische Algorithmen*. BSB B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1994.
- [28] HOLLAND, J. H.: *Adaption in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, 1975.
- [29] GOLDBERG, D. E.: *Messy genetic algorithms: Motivation, analysis, and first results*. Complex System, 3, 1989.
- [30] GOLDBERG, D. E.: *Real-coded genetic algorithms. virtual alphabets, and blocking*. Technical Report 90001, University of Illinois at Urbana-Champaign, 1990.
- [31] DAVIS, L. (editor): *Handbook of Genetic Algorithms*. Van Nostrand Reinhold, 1991.
- [32] LICHTINGHAGEN, M.: *Erstellung und Test von Berechnungsmodulen zur Optimierung von Mikrometeoriten- und Weltraumtrümmerschutzsystemen*. Unveröffentlichte Studienarbeit am Institut für Leichtbau der RWTH Aachen, 2002.

- [33] WOHLERS, W., H.-G. REIMERDES, J. GÜNNEWIG, and H. RAKE: *Optimization of the effectiveness of piezoceramic actuators by optimizing the placement of the active elements*. In *Proceedings of the 40th Israel Annual Conference on Aerospace Sciences*, February 2000.
- [34] WOHLERS, W., H.-G. REIMERDES, and J. GÜNNEWIG: *Optimal placement of active elements by use of an analytic effectiveness and a combination of optimization algorithms*. In *Proceedings of the 8th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials*. SPIE, März 2001.
- [35] REIMERDES, H.-G. and W. WOHLERS: *Optimization of micrometeoroid and space debris protection systems*. In *Proceedings Third European Conference on Space Debris*, 2001.
- [36] REIMERDES, H.-G. and W. WOHLERS: *Analytical optimisation of protection systems*. International Journal of Impact Engineering, 2003.
- [37] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V.: *Informationsverarbeitung; Sinnbilder für Struktogramme nach Nassi-Shneiderman, DIN 66261*. Beuth Verlag, 1985.
- [38] FLURY, W.: *European activities on space debris*. In *Proceedings of the First European Conference on Space Debris*, 1993.
- [39] FLURY, W.: *European activities on space debris*. In *Proceedings of the Second European Conference on Space Debris*, 1997.
- [40] FLURY, W.: *Activities on space debris in Europe*. In *Proceedings of the Third European Conference on Space Debris*, 2001.
- [41] LEVIN, G. M.: *An overview of the nasa orbital debris program plan*. In *Proceedings of the First European Conference on Space Debris*, 1993.
- [42] ESA SPACE DEBRIS WORKING GROUP: *Space Debris*. ESA-SP 1109, ESA, 1988.
- [43] JOHNSON, N. and E. STANSBERRY: *Activities on space debris in the United States*. In *Proceedings of the Third European Conference on Space Debris*, 2001.
- [44] LIOU, J.-C., M. MATNEY, P. ANZ-MEADOR, D. J. KESSLER, M. JANSEN, and J. R. THEALL: *The new NASA orbital debris engineering model ORDEM2000*. In *Proceedings of the Third European Conference on Space Debris*, 2001.
- [45] SDUNNUS, H., J. BENDISCH, and H. KLINKRAD: *The ESA MASTER'99 space debris and meteoroid reference model*. In *Proceedings of the Third European Conference on Space Debris*, 2001.
- [46] MESHCHERYAKOV, S. A., M. LAMBERT, H. STOKES, E. CHRISTIANSEN, and S. KIBE: *Overview of the Inter Agency Debris Committee protection manual*. In *Proceedings of the Third European Conference on Space Debris*, 2001.
- [47] IADC WORKING GROUP 3: *Protection Manual*. IADC, 2002.

- [48] STAUBACH, P.: *Numerische Modellierung der Dynamik von Mikrometeoriden und ihre Bedeutung für interplanetare Raumsonden und geozentrische Satelliten*. Doktorarbeit, Naturwissenschaftlich-Mathematische Gesamtfakultät der Ruprecht-Karls-Universität, Heidelberg, 1996.
- [49] ALBY, F., E. LANSARD, and T. MICHAL: *Collision of Cerise with space debris*. In *Proceedings of the Second European Conference on Space Debris*, 1997.
- [50] PAYNE, T. P.: *First "confirmed" natural collision between two cataloged satellites*. In *Proceedings of the Second European Conference on Space Debris*, 1997.
- [51] N.N.: *A new collision in space*. The Orbital Debris Quaterly News, 7, July 2002.
- [52] THE AEROSPACE CORPORATION: *Risks posed by orbital debris*. Internetseite: [www.aero.org/cords/debrisks.html](http://www.aero.org/cords/debrisks.html), Stand: 25. Juni 2003.
- [53] NASA: *HITF| The Problem| Actual Impacts| Shuttle*. Internetseite: [hitf.jsc.nasa.gov/hitfpub/problem/actualimpact-sts94-window.html](http://hitf.jsc.nasa.gov/hitfpub/problem/actualimpact-sts94-window.html), Stand: 16. Mai 2003.
- [54] WEINSTOCK, M.: *Orbiting junk continues to threaten international space station*. Internetseite: [www.space.com/scienceastronomy/planetearth/space\\_junk\\_000901.html](http://www.space.com/scienceastronomy/planetearth/space_junk_000901.html), Stand: 25. Juni 2003.
- [55] REIMERDES, H.-G.: *Meteoritenschutz von Raumfahrzeugen*. In: *DGLR-Jahrestagung, Friedrichshafen*, Oktober 1990.
- [56] REIMERDES, H.-G., K.-H. STECHER, and M. LAMBERT: *Ballistic limit equations for the columbus-double bumper shield concept*. In *Proceedings of the 1st European Conference on Space Debris*, April 1993.
- [57] N. N.: *Ariane Structure for Auxiliary Payload (A.S.A.P. 5) User Manual*. Ariane-space, Direction Commerciale, Technical Support Department, Issue 1, Revision 0, 2000.
- [58] HALLMANN, W. und W. LEY: *Handbuch Raumfahrttechnik*. Carl Hanser Verlag, 2. Auflage, 1999.
- [59] LEISSA, A. W.: *Vibration of Plates*. NASA SP-160, 1969.
- [60] DIEKER, S. und H.-G. REIMERDES: *Elementare Festigkeitslehre im Leichtbau*. Donat Verlag, 1992.
- [61] MERKEL, M. und K.-H. THOMAS: *Taschenbuch der Werkstoffe*. Fachbuchverlag Leipzig, 5. Auflage, 2000.
- [62] CHRISTIANSEN, E. L.: *Design and performance equations for advanced meteoroid and debris shields*. International Journal of Impact Engineering, 14, 1993.
- [63] COUR-PALAIS, B. G.: *Hypervelocity impact in metal, glass and composites*. International Journal of Impact Engineering, 5, 1987.
- [64] SCHÄFER, F., M. HERRWERTH, S. HIERMAIER, and E. SCHNEIDER: *Shape effects in hypervelocity impacts on semi-infinte metallic targets*. In *Hypervelocity Impact Symposium*, 2000.

- [65] FORST, V. C.: *Meteoroid Damage Assessment*. NASA SP-8042, 1970.
- [66] COUR-PALAIS, B. G.: *Hypervelocity impact investigations and meteoroid shielding experience related to apollo and skylab*. In *Orbital Debris - NASA Conference Proceedings 2360*, 1985.
- [67] KINSLOW, R. (editor): *High-Velocity Impact Phenomena*. Academic Press, 1970.
- [68] N.N.: *Space Station Program Environment for Design*. NASA SSP 30425, Revision B, 1994.
- [69] REIMERDES, H.-G.: *Protection of spacecraft against meteoroid/orbital debris impact*. In *Proceedings of the International Conference on Spacecraft and Mechanical Testing, Nordwijk, The Netherlands*. ESA SP-321, April 1991.
- [70] MÜLLER, R. P. G.: *An Experimental and Analytical Investigation on the Fatigue Behavior of Fuselage Riveted Lap Joints*. PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1995.
- [71] N.N.: *Aloha Airlines, Flight 243, Boeing 737-200, N73711, near Maui, Hawaii, April 28, 1988*. Aircraft Accident Report, U.S. National Transportation Safety Board, 1989.
- [72] BRUHN, E. F.: *Analysis and design of flight vehicle structures*. Tri-State Offset Comp., 1965.
- [73] VOGELANG, L. B., R. MARISSEN, and J. SCHIJVE: *A new fatigue resistant material: Aramide reinforced aluminium laminate (ARALL)*. In *Proceedings of the 11th ICAF Symposium*, May 1981.
- [74] ROEBROEKS, G.: *Towards GLARE - The Development of a Fatigue Insensitive and Damage Tolerant Aircraft Material*. PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1991.
- [75] L. SCHWARMANN (EDITOR): *Handbuch Strukturberechnung*. LTH Koordinierungsausschuss, 1999.
- [76] GERARD, G.: *The crippling strength of compression elements*. Journ. Aero. Sci., 25, 1958.
- [77] KUHN, P.: *Stresses in Aircraft and Shell Structures*. Graw-Hill Book Company, Inc, 1956.
- [78] ÖRY, H.: *Structural Design of Aerospace Vehicles, Space Course Aachen*. Institut für Leichtbau, 1991.
- [79] NIU, M. C.: *Airframe Structural Design*. Conmilit Press Ltd., 1988.
- [80] ÖRY, H.: *Berechnung der Beulspannung eines Halbkreisplattenstreifens*. Persönliche Kommunikation, Juli 2003.
- [81] ZURMÜHL, R.: *Matrizen und ihre technischen Anwendungen*. Springer-Verlag, 4. Auflage, 1964.



- [82] SOUTHWELL, R. V.: *On the analysis of experimental observations in problems of elastic stability*. Proc. Royal Soc. London, 135, 1932.
- [83] KOLLBRUNNER, C. F.: *Knicken - Theorie und Berechnung von Knickstäben*. Springer-Verlag, 1955.
- [84] WOHLERS, W., H.-G. REIMERDES, D. FITZSIMMONS, J. WILHELMI und S. DIEKER: *Untersuchung des Stabilitätsverhaltens von Flugzeugrümpfen mittels einer modifizierten Balkentheorie und der Berücksichtigung der elastischen Bettung durch die Haut*. In: *Proceedings der DGLR Jahrestagung 2002*, 2002.
- [85] AIRBUS DEUTSCHLAND GMBH: *Globales Tragverhalten von Flugzeugrümpfen*. CD-ROM, 2002.
- [86] DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V. - NORMENSTELLE LUFTFAHRT (Herausgeber): *Werkstoff-Handbuch der Deutschen Luftfahrt, Teil I: Metallische Werkstoffe, 2. Band Leichtmetalle*. Beuth Verlag, 1991.
- [87] REIMERDES, H.-G.: *Folien zur Vorlesung Strukturentwurf für Luft- und Raumfahrt-technik*, 2003.
- [88] N.N.: *ASTM Standard C 274, Standard Definitions of Terms Relating to Structural Sandwich Constructions*. ASTM, 1997.
- [89] TOOREN, M. J. L. VAN: *Sandwich Fuselage Design*. PhD thesis, Delft University of Technology, Delft, The Netherlands, 1998.
- [90] BISHOP, E.: *Mosquito, the Wooden Wonder*. Airline Publishing Ltd., 1995.
- [91] SARAFIN, T. P.: *Spacecraft Structures and Mechanisms*. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [92] WERTZ, J. R. and W. J. LARSON (editors): *Space Mission Analysis and Design*. Kluwer Academic Publishers, 3rd edition, 1999.
- [93] RYCROFT, M. (editor): *The Cambridge Encyclopedia of Space*. Cambridge University Press, 1990.
- [94] KUPKE, M., C. RÜCKERT, D. HACHENBERG, W.-D. DOLZINSKI und M. KOLAX: *Der CFK-Rumpf – Ergebnisse aus Bauweisenkonzeption und Wissenserwerb*. In: *Proceedings der DGLR Jahrestagung 2002*, 2002.
- [95] ZENKERT, D.: *An Introduction to Sandwich Construction*. EMAS Publishing, 1995.
- [96] ZHONG, C. and H.-G. REIMERDES: *A higher-order theory for stability analysis of cylindrical and conical sandwich shell with flexible cores*. In *Proceedings of the 5th International Conference on Sandwich Construction*, Zürich, 2000. EMAS Publishing.
- [97] REIMERDES, H.-G. and T. SCHERMANN: *A higher order theory for the non-linear analysis of thick sandwich beams*. In *4th Int. Conference on Sandwich Construction - Vol 1, Stockholm, Sweden June 9-11, 1998*. EMAS Publishing, 1998.

- [98] MENKING, M., CH. WOLTERS, O. HORSTMANN und H.-G. REIMERDES: *Numerische Simulation und experimentelle Untersuchung von Impact-Vorgängen an Faserverbund-Sandwichstrukturen*. In: *DGLR Jahrestagung 1994, Erlangen, Bd. III*, 1994.
- [99] BANSEMIR, H.: *Ein Beitrag zur Biegetheorie von Sandwichplatten und Plattenstreifen sowie zur Krafteinleitung in versteifte orthtrophe Scheiben*. Doktorarbeit, Technische Universität München, 1973.
- [100] RITTWEGER, A.: *Statik, Stabilität und Eigenschwingungen anisotroper Rotationschalen beliebigen Meridians mit der Übertragungsmatrizen-Methode*. Doktorarbeit, Fakultät für Maschinenwesen der RWTH Aachen, 1992.
- [101] ALMROTH, B., A. B. BURNS, and E. V. PITTNER: *Design criteria for axially loaded cylindrical shells*. *Spacecraft Journal*, 7(6), 1970.
- [102] REIMERDES, H.-G., H. ÖRY, and T. SCHMID: *Imperfection sensitivity of an orthotropic spherical shell under external pressure*. In *Proceedings of the Euromech Colloquium 424: Buckling Prediction of Imperfection-Sensitive Shells*, Kerkrade, The Netherlands, 2001.
- [103] ÖRY, H., H.-G. REIMERDES, T. SCHMID, A. RITTWEGER, and J. GÓMEZ GRACÍA: *Imperfection sensitivity of an orthotropic spherical shell under external pressure*. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 37(4-5), 2002.
- [104] HEXCELL CORPORATION, STANFORD, CT, USA: *HexWeb CR III, Corrosion Resistant Specification Grade Aluminum Honeycomb*. Product Data Sheet, 2003.



# Danksagung für Förderung

Teile der hier dargestellten Ergebnisse wurden innerhalb des Forschungsprojektes „Space Debris End-to-End Service“ (50JR0132) des Bundesministeriums für Bildung und Wissenschaft erarbeitet. Alle Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegen beim Autor. Die Unterstützung wird dankend anerkannt.



# Anhang A

## Berechnungsergebnisse des zylindrischen Raumfahrzeuges

### A.1 Sensitivitäten des zylindrischen Raumfahrzeuges

Variable	Massensensitivität $S_m$	Schutzsensitivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
Rückwände des Mantels (1-24)	-0,003771	0,013630	3,614241
Rückwände der Kappen 2	-0,000935	0,004700	5,027684
Schilddicke 1 (vorne)	-0,000177	0,000384	2,172597
Schilddicke 2	-0,000177	0,000409	2,316063
Schilddicke 3	-0,000177	0,000473	2,677402
Schilddicke 4	-0,000177	0,000521	2,949121
Schilddicke 5	-0,000177	0,000455	2,575875
Schilddicke 6 (oben)	-0,000177	0,000189	1,070064
Schilddicke 7	-0,000177	0,000088	0,499712
Schilddicke 8	-0,000177	0,000094	0,529180
Schilddicke 9	-0,000177	0,000106	0,599202
Schilddicke 10	-0,000177	0,000110	0,620133
Schilddicke 11	-0,000177	0,000108	0,609114
Schilddicke 12 (hinten)	-0,000177	0,000101	0,572246
Schilddicke 13	-0,000177	0,000098	0,553839
Schilddicke 14	-0,000177	0,000090	0,507855
Schilddicke 15	-0,000177	0,000079	0,448397
Schilddicke 16	-0,000177	0,000067	0,380338
Schilddicke 17	-0,000177	0,000053	0,299093
Schilddicke 18 (unten)	-0,000177	0,000052	0,293851
Schilddicke 19	-0,000177	0,000162	0,917463
Schilddicke 20	-0,000177	0,000434	2,454570
Schilddicke 21	-0,000177	0,000512	2,898409
Schilddicke 22	-0,000177	0,000467	2,639980
Schilddicke 23	-0,000177	0,000408	2,307669
Fortsetzung nächste Seite			

Variable	Massensensi- tivität $S_m$	Schutzsensi- tivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
Schilddicke 24 (vorne)	-0,000177	0,000389	2,199921
Schilddicke der Kappen	-0,001052	0,000858	0,815889
Spacing 1 (vorne)	-0,000059	0,000728	12,360868
Spacing 2	-0,000059	0,000700	11,874147
Spacing 3	-0,000059	0,000584	9,914563
Spacing 4	-0,000059	0,000420	7,120198
Spacing 5	-0,000059	0,000257	4,364587
Spacing 6 (oben)	-0,000059	0,000127	2,150229
Spacing 7	-0,000059	0,000071	1,211134
Spacing 8	-0,000059	0,000038	0,637912
Spacing 9	-0,000059	0,000019	0,329936
Spacing 10	-0,000059	0,000010	0,167877
Spacing 11	-0,000059	0,000006	0,107320
Spacing 12 (hinten)	-0,000059	0,000004	0,076250
Spacing 13	-0,000059	0,000003	0,057808
Spacing 14	-0,000059	0,000003	0,042422
Spacing 15	-0,000059	0,000002	0,028984
Spacing 16	-0,000059	0,000001	0,019309
Spacing 17	-0,000059	0,000001	0,012628
Spacing 18 (unten)	-0,000059	0,000001	0,014130
Spacing 19	-0,000059	0,000004	0,068529
Spacing 20	-0,000059	0,000072	1,224801
Spacing 21	-0,000059	0,000187	3,170681
Spacing 22	-0,000059	0,000346	5,876393
Spacing 23	-0,000059	0,000517	8,779051
Spacing 24 (vorne)	-0,000059	0,000660	11,201928
Spacing der Kappen	-0,000351	0,002105	6,004886

Tabelle A.1: Sensitivitäten des zylindrischen Raumfahrzeugs

## A.2 Sensitivitätsalgorithmus für das zylindrische Raumfahrzeug

Position	Rückwanddicke [mm]	Schilddicke [mm]	Spacing [mm]
1 (vorne)	1,36000	0,68680	100,00000
2	1,36000	0,68000	100,00000
3	1,36000	0,68000	100,00000
4	1,36000	0,68000	100,00000
5	1,36000	0,68680	101,00000
6 (oben)	1,36000	0,68000	100,00000
7	1,36000	0,68000	100,00000
8	1,36000	0,68000	81,00000
9	1,36000	0,68000	83,90625
10	1,36000	0,68000	50,57437
11	1,36000	0,68000	51,59375
12 (hinten)	1,36000	0,68000	50,00000
13	1,36000	0,68000	50,00000
14	1,36000	0,68000	50,00000
15	1,36000	0,68000	50,00000
16	1,36000	0,68000	50,00000
17	1,36000	0,43000	50,00000
18 (unten)	1,36000	0,18180	50,00000
19	1,36000	0,68000	50,00000
20	1,36000	0,68680	100,00000
21	1,36000	0,68000	100,00000
22	1,36000	0,68000	100,00000
23	1,36000	0,68000	100,00000
24 (vorne)	1,36000	0,68680	100,00000
Kappe rechts	1,36000	0,68000	100,00000
Kappe links	1,36000	0,68000	100,00000
Masse [kg]	58,403	Einsparung	4,7% bzw. 7,5%

Tabelle A.2: Optimierte Konfiguration des zylindrischen Raumfahrzeugs mit Zweiwandssystem (mit Sensitivitätsalgorithmus alleine berechnet)





# Anhang B

## Berechnungsergebnisse des Moduls der vereinfachten Raumstation

### B.1 Sensitivitäten des Moduls der vereinfachten Raumstation

Variable	Massensensitivität $S_m$	Schutzsensitivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
Rückwände des Mantels	-0,001056	0,003684	3,489428
Rückwand der Kappe	-0,000131	0,000478	3,653400
Schilddicke 1 (vorne)	-0,000049	0,000058	1,162192
Schilddicke 2	-0,000049	0,000058	1,172650
Schilddicke 3	-0,000049	0,000061	1,229266
Schilddicke 4	-0,000049	0,000066	1,331801
Schilddicke 5	-0,000049	0,000090	1,822834
Schilddicke 6 (oben)	-0,000049	0,000030	0,600407
Schilddicke 7	-0,000049	0,000000	0,002414
Schilddicke 8	-0,000049	0,000000	0,001260
Schilddicke 9	-0,000049	0,000000	0,001181
Schilddicke 10	-0,000049	0,000000	0,001187
Schilddicke 11	-0,000049	0,000000	0,001391
Schilddicke 12 (hinten)	-0,000049	0,000000	0,001695
Schilddicke 13	-0,000049	0,000000	0,001631
Schilddicke 14	-0,000049	0,000000	0,002184
Schilddicke 15	-0,000049	0,000000	0,002570
Schilddicke 16	-0,000049	0,000000	0,003191
Schilddicke 17	-0,000049	0,000000	0,003263
Schilddicke 18 (unten)	-0,000049	0,000000	0,003919
Schilddicke 19	-0,000049	0,000030	0,601691
Schilddicke 20	-0,000049	0,000090	1,824030
Schilddicke 21	-0,000049	0,000066	1,332054
Schilddicke 22	-0,000049	0,000061	1,229508
Fortsetzung nächste Seite			

Variable	Massensensi- tivität $S_m$	Schutzsensi- tivität $S_p$	Kostenverhältnis $CR = \frac{S_p}{S_m}$
Schilddicke 23	-0,000049	0,000058	1,172767
Schilddicke 24 (vorne)	-0,000049	0,000057	1,161528
Schilddicke Kappe	-0,000147	0,000083	0,563998
Spacing 1 (vorne)	-0,000016	0,000270	16,341373
Spacing 2	-0,000016	0,000222	13,439967
Spacing 3	-0,000016	0,000150	9,121189
Spacing 4	-0,000016	0,000082	4,951827
Spacing 5	-0,000016	0,000037	2,260887
Spacing 6 (oben)	-0,000016	0,000000	0,020455
Spacing 7	-0,000016	0,000000	0,000975
Spacing 8	-0,000016	0,000000	0,001223
Spacing 9	-0,000016	0,000000	0,002061
Spacing 10	-0,000016	0,000000	0,003218
Spacing 11	-0,000016	0,000000	0,004955
Spacing 12 (hinten)	-0,000016	0,000000	0,007388
Spacing 13	-0,000016	0,000000	0,010909
Spacing 14	-0,000016	0,000000	0,016717
Spacing 15	-0,000016	0,000000	0,026973
Spacing 16	-0,000016	0,000001	0,047196
Spacing 17	-0,000016	0,000001	0,085021
Spacing 18 (unten)	-0,000016	0,000003	0,153545
Spacing 19	-0,000016	0,000005	0,276722
Spacing 20	-0,000016	0,000044	2,641394
Spacing 21	-0,000016	0,000089	5,425679
Spacing 22	-0,000016	0,000158	9,608018
Spacing 23	-0,000016	0,000228	13,814417
Spacing 24 (vorne)	-0,000016	0,000272	16,482216
Spacing Kappe	-0,000049	0,000208	4,246604

Tabelle B.1: Sensitivitäten des Moduls der vereinfachten Raumstation

## B.2 Sensitivitätsalgorithmus für das Modul der vereinfachten Raumstation

Position	Rückwanddicke [mm]	Schilddicke [mm]	Spacing [mm]
1 (vorne)	5,94000	3,24825	100,00000
2	5,94000	3,28073	100,00000
3	5,94000	2,97000	100,00000
4	5,94000	2,97000	100,00000
5	5,94000	2,99970	102,01000
6 (oben)	5,94000	2,86582	50,00000
7	5,94000	Einwandssystem	
8	5,94000	Einwandssystem	
9	5,94000	Einwandssystem	
10	5,94000	0,33822	50,00000
11	5,94000	0,37956	50,00000
12 (hinten)	5,94000	0,46395	50,00000
13	5,94000	0,53112	50,00000
14	5,94000	0,57278	50,31250
15	5,94000	0,68421	52,50000
16	5,94000	0,80149	56,87500
17	5,94000	0,89055	65,78125
18 (unten)	5,94000	1,08235	59,63949
19	5,94000	2,85799	61,44663
20	5,94000	2,97000	107,30861
21	5,94000	2,97000	100,00000
22	5,94000	2,99970	100,00000
23	5,94000	3,09059	100,00000
24 (vorne)	5,94000	3,88538	100,00000
Kappe	6,02600	2,92312	100,00000
Masse [kg]	927,6	Einsparung	5,0% bzw. 20,0%

Tabelle B.2: Optimierte Konfiguration des Moduls der vereinfachten Raumstation mit Ein- oder Zweiwandssystem (mit Sensitivitätsalgorithmus alleine berechnet)

# Index

- Abschattung, 48, 49, 51
- Abstandshalter, 54
- aktive Randbedingung, 35
- Algorithmus, 5, 7, 14, 39
- Allel, 25
- allgemeine Instabilität, 96
- Approximationsverfahren, 20, 36
- Attraktor, 29
- Ausgangskonfiguration, 36
- Ausgangssituation der Optimierung, 35
- Auswahl der Optimierungsvariablen, 12
  
- Balken auf elastischer Bettung, 105
- Balkentheorie, modifizierte, 98
- Ballistic Limit Equation, 59
- ballistischer Bereich, 59
- Bettungsziffer, 107
- Bewertung der Algorithmen, 36
- Biegedrillknicken, 110, 111
- Boltzmann Konstante, 24
- Boltzmann-Faktor, 24
- Brauchbarkeit, 22
- Break-Even, 91
- Building-Block-Hypothese, 31
  
- Cerise, 47
- Crippling, 96, 103, 104
- Crossover, 27, 28, 30
  
- Dünne Wand, 63
- Debris-Modelle, 49
- Deception, 32
- Diagonalzug, 97, 99, 101
- Diagonalzugfaktor, 102
- Differentialmatrix, 107
- Differenzenquotient, 20
- don't-care-Symbol, 30
- Double Wall, 51
- Dreiwandsystem, 68
- Dreiwandsystem, Masse, 59
- Drillknicken, 110
  
- Durchschläge, 52
  
- Einsparung, 60, 71, 75, 79, 81, 87, 92, 116, 117
- Einwandsystem, 72, 82
- Einwandsystem, Masse, 54
- Engesser-Kármán, 109
- Entwurfsvariable, 5
- Enumeration, vollständige, 15
- Erbinformation, 24
- Ermüdung, 95
- Euler-Johnson-Verfahren, 103
- Evolutionsstrategie, 26
- Exhaustive Search, 15
- explizit, 5
  
- Differenzen, 12
- finite Differenzen, 20
- Flugzeugrumpf, 95
- Fluss, 49
- Flux, 49
- Flux Concentration Factor, 50
- Forced Crippling, 113, 121
- Formoptimierung, 11
- Frequenzrandbedingung, 55
- Funktionsberechnung, 42
  
- Gefüge, 23
- Gen, 25
- Gencodierung, 26
- Generation, 26, 28, 29, 33, 41
- Genetik, 38
- genetischer Algorithmus, Vor- und Nachteile, 33
- genetischer Algorithmus, 25, 26, 41
- genetischer Operator, 25
- Genotyp, 24
- Gitterstruktur, 23
- goldener Schnitt, 18
- Gradientenverfahren, 20, 36
- Gradientenverfahren, Vor- und Nachteile, 32

- Haut, 95
- Hautbeulen, 99
- Hautbeulen, plastisch, 100
- Hesse Matrix, 21, 22
- Hooke-Jeeves-Verfahren, 15, 37
- Hyper-Velocity-Impacts, 47
- Hypervelocity Bereich, 59
- implizit, 5
- Individuum, 25, 41
- Inversion, 29
- Knicklast, 12
- Knittern, 104
- kombinatorische Explosion, 31
- Konvergenzbereich, 14
- Konvergenzrate, 14
- konvex, 7
- Konvexität, 7
- Kostenverhältnis, 73
- Kuhn-Tucker-Bedingungen, 9
- Länge, Schema, 30
- Lösung des Optimierungsproblems, 7
- Lösungsraum, 7
- Lagrangefunktion, 9, 22
- Leichtbau, 34
- Leichtgaskanone, 59
- Masse, Schutzsystem, 53
- Maximierung, 6
- Maximum, 6
- MDPANTO, 48, 54
- Mehrwandsysteme, 51
- Methode der konjugierten Richtungen, 21
- Methode der zulässigen Richtungen, 22
- Methode des steilsten Abstiegs, 20
- Mikrometeoriten, 47
- Minimierung, 6
- Minimierung, Gewicht, 95
- Minimum, 6, 7
- Minimum, global, 6
- Missionsparameter, 71, 84, 89
- mittragende Breite, 96, 101
- modifizierte Schutzgleichungen, 65
- Monte-Carlo-Verfahren, 23
- Moore'sches Gesetz, 11, 39
- Mutation, 25, 26, 29, 31, 41
- Näherungsfunktion für Spacermasse, 57
- Nebenbedingungen, 34
- Newton-Verfahren, 21
- Optimierung, 5
- Optimierung, mathematisches Modell, 5
- Optimierungsalgorithmus, 39
- Optimierungsaufgabe, 5
- Optimierungsaufgabe, explizit, 5
- Optimierungsaufgabe, implizit, 5
- Optimierungsergebnisse, 74, 78, 81, 83, 86, 91, 116
- Optimierungsproblem, konvex, 7
- Optimierungsproblem, linear, 7
- Optimierungsproblem, nichtlinear, 7, 35
- Optimierungsprogramm, 40
- Optimierungsstrategie, 37
- Optimierungsvariable, 5
- Optimum, global, 7, 9, 36
- Optimum, lokal, 7, 9, 36
- Ordnung, Schema, 30
- Phänotyp, 24
- plastische Korrektur, 109
- Plastizität, 98
- Plattenbeulen, 99, 103
- Population, 26, 41
- positiv definit, 8
- Qualität, 25, 26, 30
- quasi-Newton-Verfahren, 21
- Raumstation, 88
- Rechenprogramm, 40
- reduzierter E-Modul, 100, 109
- Referenzkonfiguration, 70, 76, 80, 83, 85, 114
- Referenzpunkt, 12
- Rekombination, 25–28, 41
- Restriktion, 6, 7, 14
- Risikoanalyse, 48, 52
- Rouletteverfahren, 41
- Sattelpunkt, 6, 9
- Schadensgleichung, 50
- Schale, orthotrop versteift, 95
- Schema, 29
- Schema-Theorem, 28, 31
- Schemakonzept, 29
- Schild, 51

- Schubbeulen, 101
- Schutzgleichungen, 59
- Schutzgleichungen, Bewertungskriterien, 60
- Schutzsystem, 38, 47
- second-order Methoden, 21
- Seed-Punkt, 41
- Selektion, 25, 28, 30, 41
- Sensitivitätsanalyse, 86
- Sensitivität, 12
- Sensitivitätsalgorithmus, 37, 42
- Sensitivitätsalgorithmus, Stufe 1, 42, 44
- Sensitivitätsalgorithmus, Stufe 2, 42, 45
- Sensitivitätsanalyse, 11, 72, 77, 90, 115, 121
- Sequential Linear Programming, 20
- sequentielle quadratische Programmierung, 22
- Shatter Bereich, 59
- Simulated Annealing, 23
- Simulated Annealing, 38
- Schutzgleichungen, 62
- Single Wall, 50
- Sonnenaktivität, 49
- Southwell-Plot, 108
- Space Debris, 47, 50
- Spacer, 54
- Space Shuttle, 47
- Spacing, 54
- Spant, 95
- Stabilität, 95, 96
- Startlasten, 56
- Startwertabhängigkeit, 38
- Straffunktion, 7
- Stringer, 95
- Stringer-Haut-Kombination, 97
- Struktogramm, 39
- Suchalgorithmus, 36
- sukzessive Variation, 15
- Tastschritt, 15
- Teilschaleninstabilität, 96
- Testfälle, 34
- Testfälle, MPDS Optimierung, 69
- Testrechnungen, 38
- Thermische Lasten, 57
- Topologieoptimierung, 11
- Triple Wall, 51
- Variation, 12
- Versuchsergebnisse, 111
- Vorwärtsschritt, 15
- Wärmebehandlung, 23
- Würfel, 71
- Wahrscheinlichkeit, 50
- Wellenzahl, 108
- Weltraummüll, 47
- Zielfunktion, 6, 13, 34
- Zielfunktion mehrerer Veränderlicher, 6
- Zielsetzung des Optimierungsverfahrens, 34
- Zugfeldwinkel, 102
- Zulässigkeit, 22
- Zweiwand, Schutzgleichungen, 64
- Zweiwandsystem, 75, 84, 89
- Zweiwandsystem, Masse, 54
- Zylinder, 84

# Lebenslauf

Wolfgang Wohlers

8. April 1972	geboren in Meppen
1978 - 1982	Besuch der Grundschule Marienschule in Meppen
1982 - 1984	Besuch der Orientierungsschule Esterfeld in Meppen
1984 - 1989	Besuch des Windthorst-Gymnasiums Meppen
1989 - 1990	Besuch der Goffstown Area High School, NH, USA
1990 - 1992	Besuch des Windthorst-Gymnasiums Meppen
1992 - 1993	Wehrdienst bei der Luftwaffe
1993 - 1998	Studium des Maschinenbaus an der RWTH Aachen, Fachrichtung Luft- und Raumfahrttechnik
1998 - 2003	wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Leichtbau der RWTH Aachen
seit 2003	Entwicklungsingenieur bei Airbus Deutschland GmbH in Hamburg







